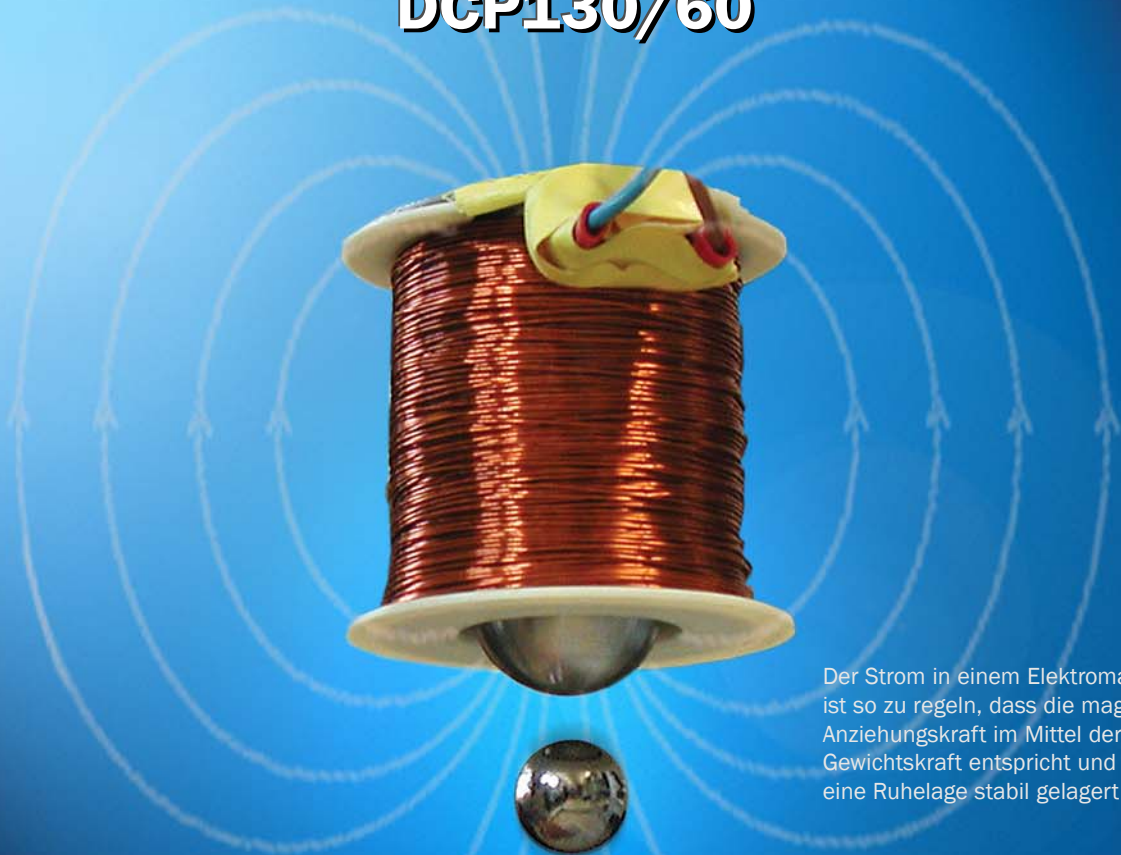


# Magnetfeldregelung

## Magnetische Lagerung einer Kugel mit Leistungsoperationsverstärker DCP130/60



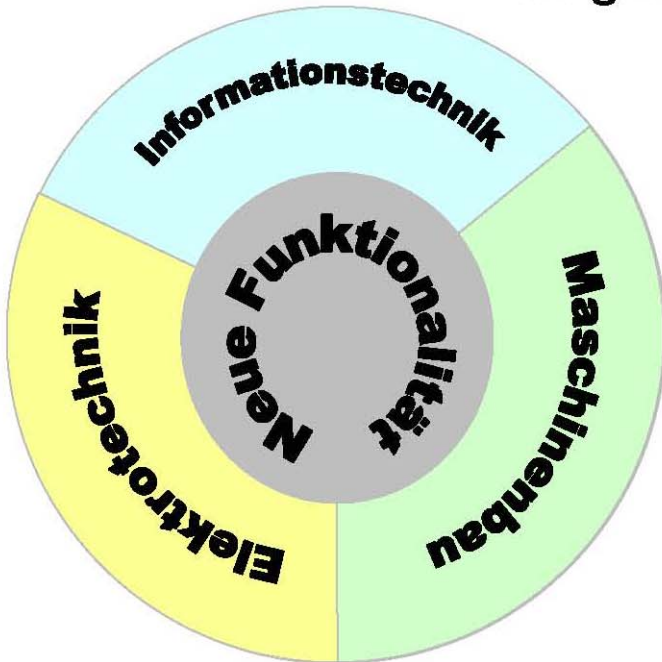
Der Strom in einem Elektromagneten ist so zu regeln, dass die magnetische Anziehungskraft im Mittel der Gewichtskraft entspricht und um eine Ruhelage stabil gelagert ist.

Praxisarbeit für Mechatronik  
von Dipl.-Ing. Manfred Hermanski

Fachhochschule Bielefeld  
Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik  
33609 Bielefeld

# Magnetische Lagerung einer Kugel

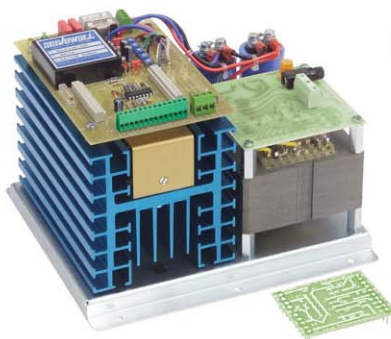
## Ein Beispiel für Mechatronik



Praxisarbeit für Mechatronik  
von Dipl.-Ing. Manfred Hermanski

Fachhochschule Bielefeld  
Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Mathematik  
33609 Bielefeld

<http://www.fh-bielefeld.de>



Leistungsverstärker  
DCP130/60  
+-50V / +-2,5A

**servowatt**

SERVOWATT Leistungselektronik GmbH

Fritz-von-Graevenitz-Straße 1 - 5  
70839 Gerlingen bei Stuttgart / Germany

Telefon +49 (0) 7156 - 24041  
Fax +49 (0) 7156 - 29944

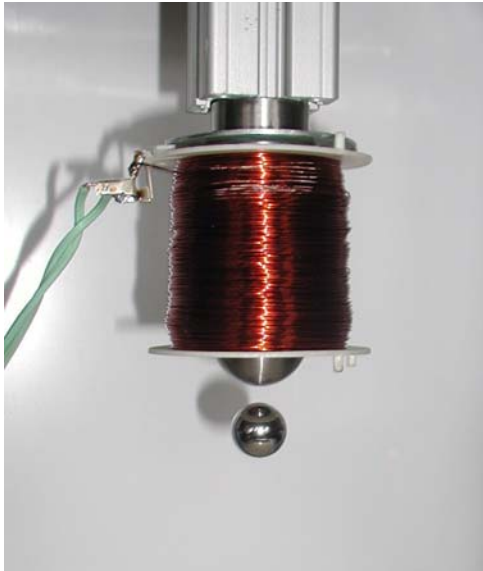
Internet [www.servowatt.de](http://www.servowatt.de)  
Email: [info@servowatt.de](mailto:info@servowatt.de)

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>AUFGABE</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>VERSUCHSAUFBAU</b>	<b>2</b>
2.1	Der Aktuator	2
2.2	Der Leistungsoperationsverstärker	2
2.3	Der Sensor	2
2.4	Der Regler	2
<b>3</b>	<b>SYSTEMBESCHREIBUNG MAGNETLAGER</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>MAGNETLAGERSIMULATION IN LABVIEW</b>	<b>2</b>
<b>5</b>	<b>AUFGABEN, VERSUCHE</b>	<b>2</b>
5.1	Festlegung des Entwicklungsziels	2
5.2	Sensorkalibrierung	2
5.3	Ermittlung der Aktuatorkonstanten	2
5.4	Frequenzgangmessung des Systems Leistungsverstärker-Elektromagnet	2
5.5	Simulation der Magnetlagerung, Ermittlung der Reglerkonstanten	2
5.6	Inbetriebnahme des Reglers, Ermittlung des Frequenzganges des Reglers	2
<b>6</b>	<b>ANHANG</b>	<b>2</b>
6.1	Literaturhinweise:	2
6.2	Linearisierte Beschreibung eines Elektromagneten	2
6.3	Kelvin-Voigt Modell zur Berechnung der Spannungsrelaxation	2
6.4	Simulation eines Gleichstrommotors	2
6.5	Definition Frequenzgang	2
6.6	Ableitung digitaler Regler aus der analogen Reglerbeschreibung	2

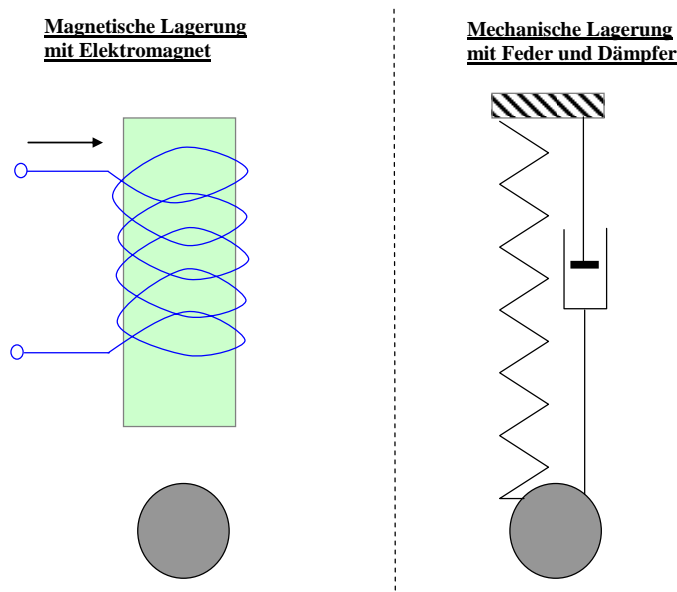
## 1 Aufgabe

Es besteht die Aufgabe, eine Stahlkugel im Schwerfeld der Erde schwebend zu lagern (Abbildung 1). Der Strom in einem Elektromagneten ist so zu regeln, dass die magnetische Anziehungskraft im Mittel der Gewichtskraft entspricht und um eine Ruhelage stabil gelagert ist.



**Abbildung 1: Schwebende Stahlkugel unter einem Elektromagnet**

Der Versuchsaufbau aus Aktuator (Elektromagnet) und schwebender Stahlkugel ist auf der linken Seite in Abbildung 2 schematisch gezeichnet. Die Regelung ist so auszuführen, dass sich die Stahlkugel im magnetischen Lager (Abbildung 2, linke Seite) genau so verhält, als sei sie mechanisch über eine Feder und einen Dämpfer gelagert (Abbildung 2, rechte Seite). Auch bei Einwirkung von kleinen vertikalen Störkräften  $F_s$  muss die Kugel stabil um die Ruhelage  $x_0$  gelagert bleiben (Abbildung 5).



**Abbildung 2: Grundprinzip elektromagnetische Lagerung (linke Seite) und mechanische Lagerung (rechte Seite)**

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 2 Versuchsaufbau

Den prinzipiellen Versuchsaufbau zeigen die Abbildung 3 und Abbildung 4.

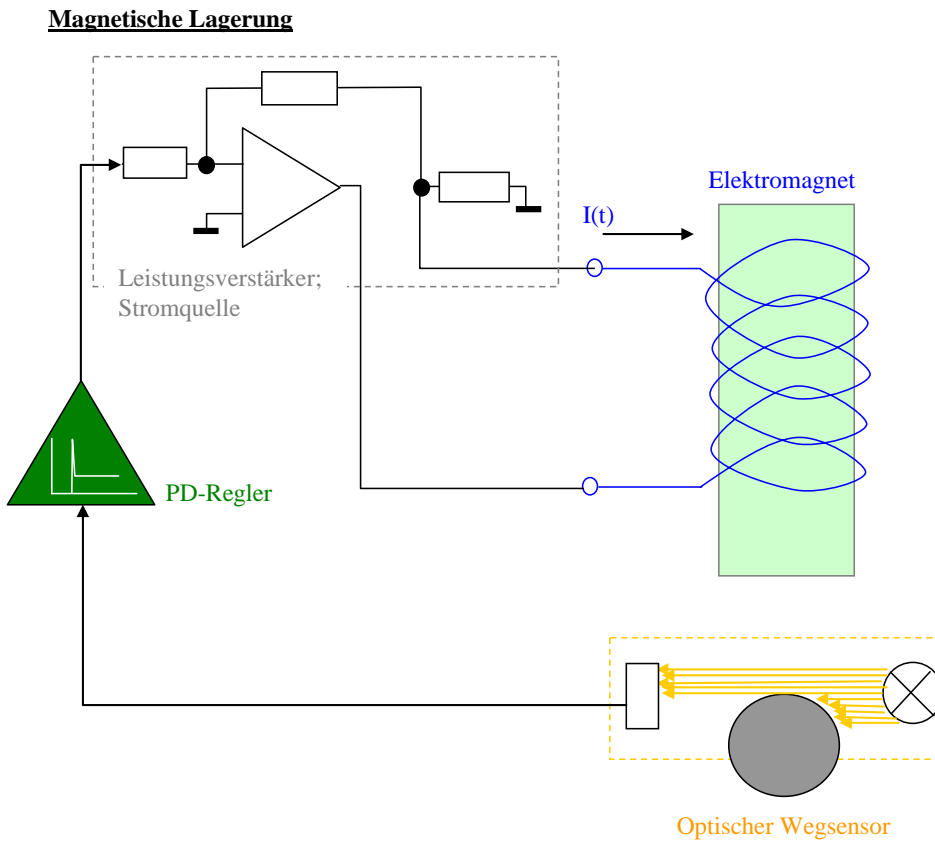


Abbildung 3: Grundprinzip Regelung der elektromagnetischen Lagerung

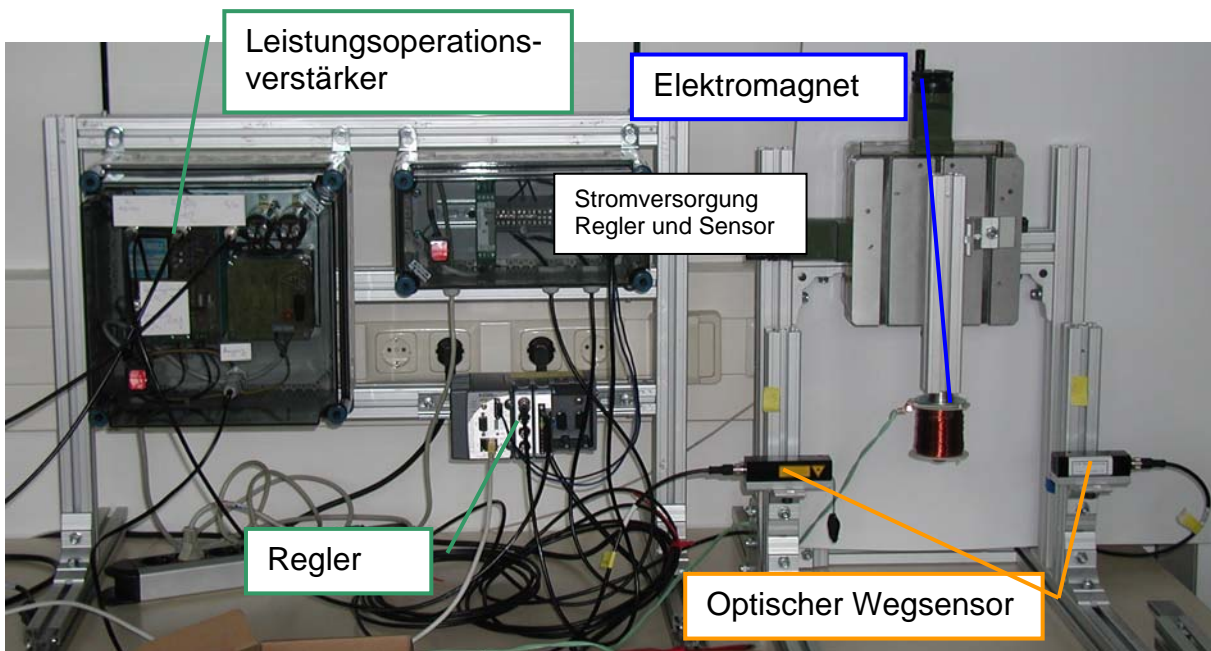


Abbildung 4: Versuchsaufbau der elektromagnetischen Lagerung

Der Versuchsaufbau besteht in seinen wesentlichen Komponenten aus

# Magnetische Lagerung einer Kugel

---

1. **Aktuator** (Elektromagnet) zur Bereitstellung der Kraft
2. **Leistungsoperationsverstärker** zur Ansteuerung des Elektromagneten
3. **Sensor** (berührungslos messende optische Lichtschranke) zur Messung der Position der Stahlkugel
4. **Regler** (programmierbarer Regler (Labview) auf cRIO Basis)

## 2.1 Der Aktuator

Der Aktuator ist ein Elektromagnet. Er besteht aus einer stromdurchflossenen Spule  $I(t)$  und einem Eisenkern (Abbildung 5). Auf eine senkrecht unter dem Elektromagneten im Abstand  $x_0$  befindlichen Stahlkugel wirken die Gewichtskraft  $G$  und die Magnetkraft  $F_m$ .

Die Kraftwirkung eines Elektromagneten auf ein magnetisierbares Bauteil im Magnetfeld lässt sich in erster Näherung (L2,3,4) wie folgt berechnen.

$$F_m = k_E \cdot \frac{I^2}{s^2} = k_E \cdot \frac{(I_0 + i)^2}{(x_0 - x)^2}$$

Dabei ist  $k_E$  eine Konstante des Elektromagneten, die abhängig von der Geometrie, der Windungszahl und des verwendeten Eisenkernmaterials ist. Um einen Arbeitspunkt  $I_0$ ,  $x_0$  herum lässt sich der funktionale Zusammenhang linearisieren. Eine Ableitung der linearisierten Beschreibung ist mit Hilfe des totalen Differentials möglich.

$$F_m = F_m(x_0, I_0) + k_s \cdot x + k_i \cdot i(t)$$

Analytisch sind die Konstanten  $k_s$  und  $k_i$  die partiellen Ableitungen an den Stellen

$$k_s = \frac{\partial F_m}{\partial x}(x_0, I_0)$$

$$k_i = \frac{\partial F_m}{\partial i}(x_0, I_0)$$

Die Konstanten  $k_s$  und  $k_i$  werden im Praktikum experimentell ermittelt, da  $k_E$  unbekannt ist.

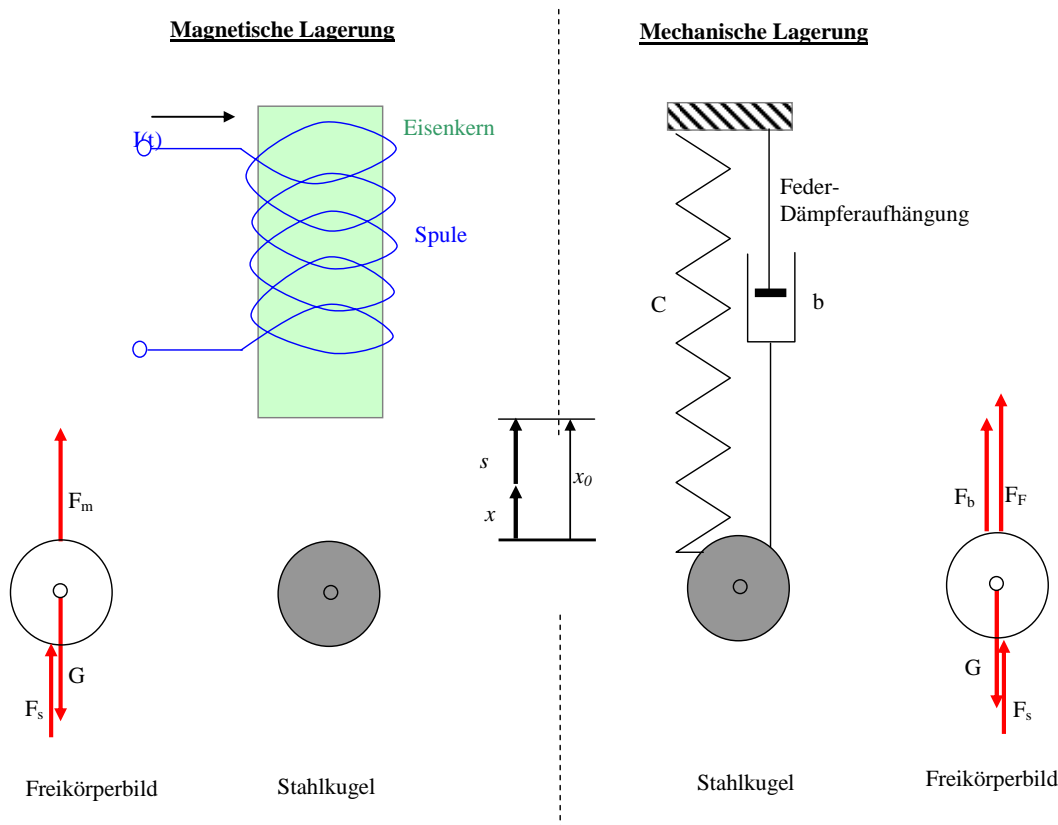
In der Beschreibung wird angenommen, dass durch die Spule gerade ein Strom  $I_0$  fließt und der Abstand des Versuchskoordinatensystems von der Spitze des Eisenkerns  $x_0$  beträgt. Das Versuchskoordinatensystem liegt an der Oberkante der Kugel. Im Abstand  $x_0$  und bei einem Strom  $I_0$  ist die Magnetkraft so, dass sich ein Gleichgewicht zwischen Magnetkraft  $F_m$  und der Gewichtskraft  $F_G$  einstellt.

Für kleine Wege  $x(t)$  um  $x_0$  und kleinen Stromänderungen  $i(t)$  um  $I_0$  gilt in guter Näherung die linearisierte Beschreibung der magnetischen Kraft  $F_m$ .

$$F_m = F_m(x_0, I_0) + k_s \cdot x + k_i \cdot i(t)$$

Dabei sind  $k_s$  und  $k_i$  Systemkonstanten der Versuchsanordnung im Arbeitspunkt  $x_0, I_0$ .

# Magnetische Lagerung einer Kugel



**Abbildung 5: Grundprinzip elektromagnetische Lagerung (linke Seite) und mechanische Lagerung (rechte Seite)**

Die magnetische Kraft  $F_m$  des Aktuators soll so geregelt werden, dass die magnetische Lagerung sich genau so verhält wie die Aufhängung an einem Feder-Dämpfer System (rechte Seite Abbildung 5). Die Federkraft ist die Kraft, die die Feder auf die Kugel ausübt. Im vorliegenden Koordinatensystem der im Gleichgewichtszustand ruhenden Kugel kann die Federkraft  $F_F$  berechnet werden zu:

$$F_F = -c \cdot x + F_0$$

$F_0$  ist die Kraft  $F_m(x_0, I_0)$ , die der Magnet aufbringen muss, wenn sich die Stahlkugel in der Ruhelage befindet. Die Größe  $c$  entspricht der Steifigkeit der mechanischen Feder. Besondere Beachtung ist dem Vorzeichen der magnetischen Steifigkeitskonstante  $k_s$  im Vergleich mit der Wirkungsrichtung der mechanischen Federsteifigkeit  $c$  zu schenken.

Zusätzlich zur Federkraft wirken in jedem mechanischen System Dämpfungskräfte, die auftretenden Schwingungen entgegen wirken. Die Dämpferkraft  $F_b$  ist proportional der Dämpferkonstanten  $b$  und der Geschwindigkeit  $\dot{x}$  der Kugel  $F_b = -b \cdot \dot{x}$ .

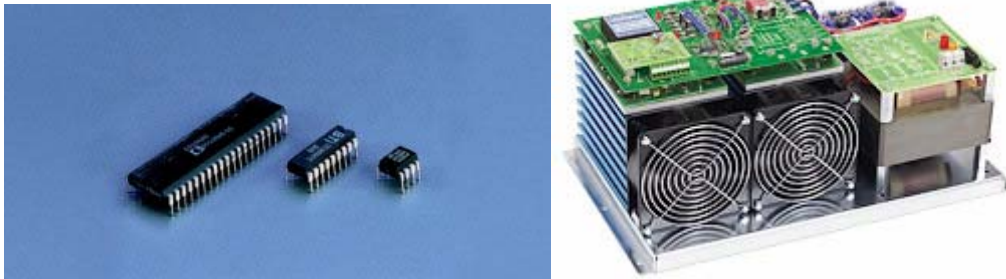
Zusätzliche können auf die Kugel noch äußere Störkräfte  $F_s$  wirken.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 2.2 Der Leistungsoperationsverstärker

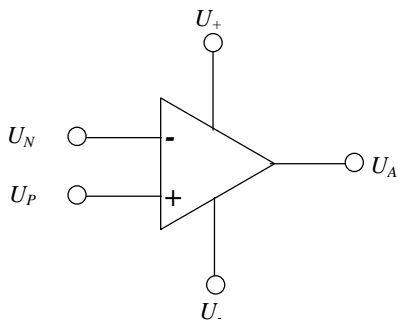
Im Versuch wird der Elektromagnet von einem Leistungsoperationsverstärker der Firma Servowatt ( [www.servowatt.de](http://www.servowatt.de) ) angesteuert, der bei einer maximalen Ausgangsspannung von  $U_A = \pm 60V$  einen Ausgangsstrom von  $I_A = \pm 2,5A$  liefern kann.

Operationsverstärker (OP's ) sind integrierte, elektronische Bauelemente die erst durch die externe Beschaltung mit Widerständen, Kondensatoren und Spulen ihre bestimmende Funktion erhalten.



**Abbildung 6: Verschiedene Operationsverstärker; linke Seite Signalverstärker mit geringer Ausgangsleistung, rechte Seite Leistungsoperationsverstärker Firma Servowatt DCP 130/60C**

Ein Operationsverstärker hat üblicherweise zwei Anschlüsse für die Versorgungsspannung  $U_+$ ;  $U_-$ , einen Ausgang  $U_A$  und 2 Eingänge  $U_N$ ;  $U_P$ .



**Abbildung 7: Operationsverstärker Schaltzeichen**

Liegt am Eingang  $U_N$  eine positive Spannung an, so erzeugt diese Spannung mit der Leerlaufverstärkung  $v$  am Ausgang eine negative Spannung  $U_A$  mit

$$v = -\frac{U_A}{U_N}$$

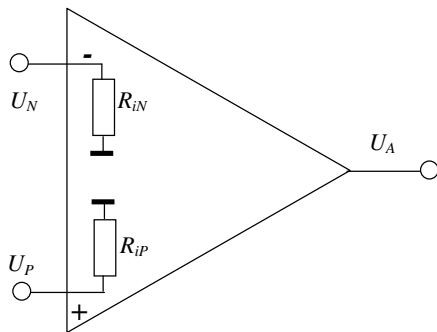
Liegt am Eingang  $U_P$  eine positive Spannung an, so erzeugt diese Spannung mit der Leerlaufverstärkung  $v$  am Ausgang eine positive Spannung  $U_A$  mit

$$v = \frac{U_A}{U_P}$$

# Magnetische Lagerung einer Kugel

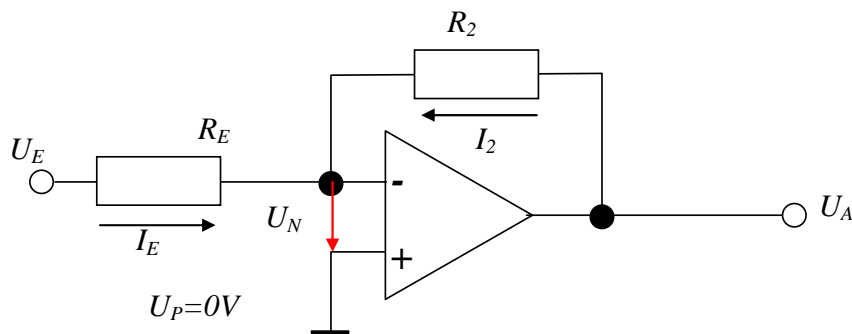
Ein typischer Wert der Leerlaufverstärkung liegt bei  $v=10^5$ . Die Versorgungsspannung liegt oft im Bereich  $\pm 15V$  und die Ausgangsspannung erreicht Werte von  $\pm 10V$ . Das bedeutet, dass bereits  $100\mu V$  am Eingang den OP voll aussteuern.

Aus Sicht der Eingangssignale hat der Operationsverstärker einen Innenwiderstand  $R_{iN}$ ,  $R_{iP}$ . Diese Innenwiderstände liegen üblicherweise im Bereich  $R_{iN} = R_{iP} = 10^5 - 10^6$  Ohm oder darüber bei speziellen OP's mit Feldeffekttransistoren im Eingang.



## 2.2.1 Invertierender Spannungsverstärker

Die häufigste Beschaltung ist der Einsatz als Signalverstärker. Eine Ausführungsform ist der invertierende Verstärker.



**Abbildung 8: Invertierender Verstärker**

Durch die hohe Leerlaufverstärkung kann selbst bei Vollaussteuerung am Ausgang  $U_A=10V$  die Spannung am invertierenden Eingang nicht mehr als  $U_N=100\mu V$  hoch werden. Für die folgende Berechnung der Spannungsverstärkung wird angenommen, dass  $U_N$  vernachlässigt werden kann. Da der Eingangswiderstand sehr hoch ist, wird der Eingangsstrom in den Operationsverstärker ebenfalls vernachlässigt. Deshalb gilt nach der 1. Kirchhoffschen Regel „Die Summe der Ströme in einem Knoten ist Null“

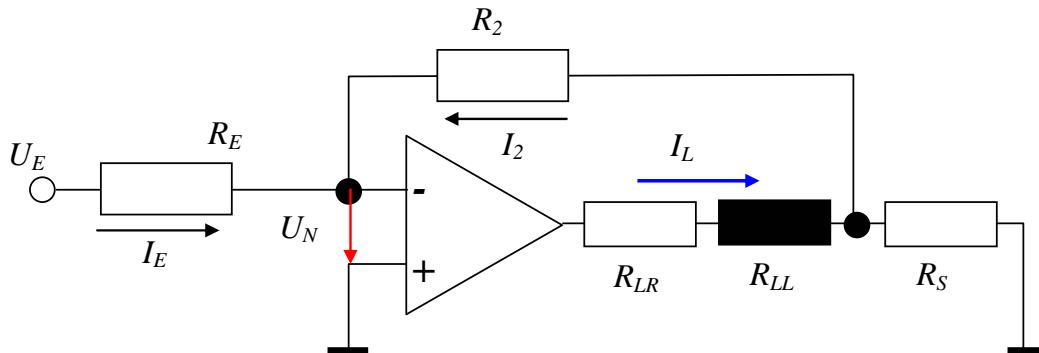
$$I_E + I_2 = 0$$

$$\frac{U_E}{R_E} + \frac{-U_A}{R_2} = 0$$

$$v' = \frac{U_A}{U_E} = -\frac{R_2}{R_E}$$

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 2.2.2 Operationsverstärker als Stromquelle



**Abbildung 9: Operationsverstärker als Stromquelle**

Das Übertragungsverhalten der Stromquelle lautet

$$v_I = \frac{I_L}{U_E} = -\frac{R_2}{R_E \cdot R_S}$$

Im Projekt wird ein Leistungsoperationsverstärker verwendet. Er ist erhältlich für Ausgangsleistungen bis einige kW.

In einer Teilaufgabe des Praktikums wird der Elektromagnet einmal von dem als Stromquelle geschalteten Leistungsoperationsverstärker angesteuert und zum Vergleich in einer Schaltung als invertierender Spannungsverstärker betrieben. Für beide Schaltungen ist der Amplitudenfrequenzgang des Systems Leistungsoperationsverstärker - Elektromagnet zu ermitteln.

Der Ausgang des Reglers liefert eine Spannung, die proportional zur Kraft des Magneten ist, um die Kugel in der Gleichgewichtslage zu halten. Die Kraft des Magneten ist in der linearisierten Form proportional zum Strom, deshalb muss der Ausgang des Reglers einen Strom steuern. Es ist für beide Schaltungen der

Frequenzgang  $H_I = \frac{I_L}{U_E}$  zu ermitteln und zu bewerten. Es ist zu entscheiden in welcher

Beschaltung der Leistungsoperationsverstärker im Versuch Magnetlagerung zu betreiben ist.

Für den nutzbaren Frequenzbereich unterhalb der Grenzfrequenz, für den ein proportionaler Zusammenhang zwischen Strom und Eingangsgröße besteht, ist der Kalibrierkoeffizient  $K_Y$  des Systems Leistungsoperationsverstärker-Elektromagnet zu bestimmen. Der Strom  $i$  fließt in der Spule, die Größe  $Y$  ist die Reglerausgangsspannung in Volt.

$$i = K_y \cdot Y$$

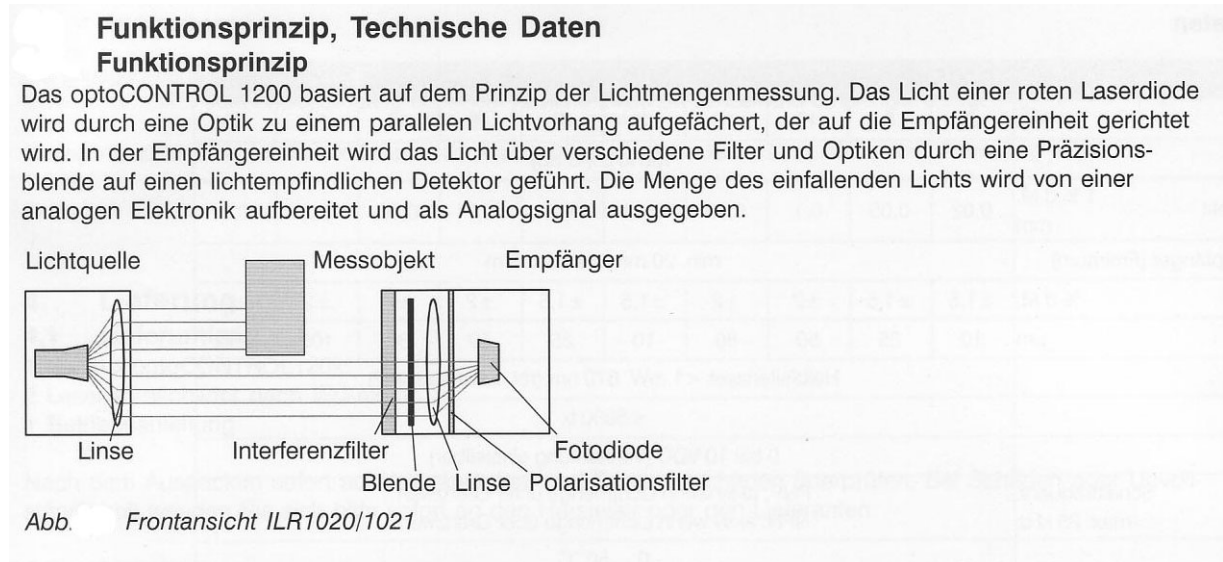
Für eine Stromquelle ist

$$K_Y = -\frac{R_2}{R_E \cdot R_S}$$

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 2.3 Der Sensor

Die folgende Funktionsbeschreibung ist der Bedienungsanleitung zum Sensor /L11/ entnommen.



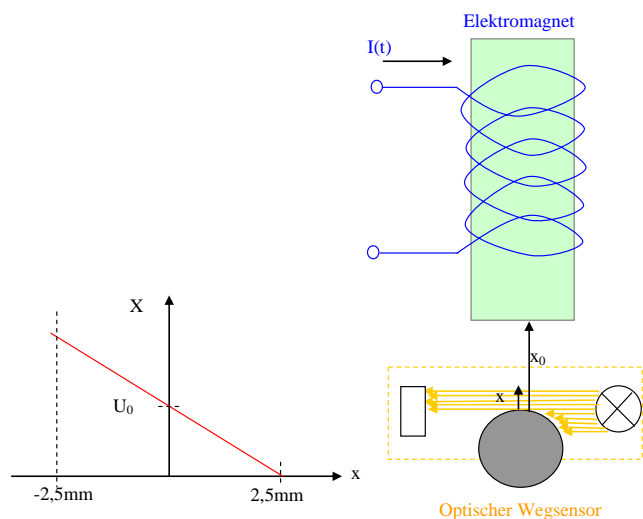
**Abbildung 10: Aufbau des Wegsensors**

Es ist die Kennlinie und daraus der Kalibrierkoeffizient  $K_x$  des Sensors zu bestimmen.

$$X = K_x \cdot x + U_0$$

Die Größe  $x$  ist die Auslenkung der Kugel um ihre Ruhelage (siehe Abbildung 5), die Größe  $X$  ist die Reglereingangsspannung in Volt.

Während der Kalibrierung entspricht dem Messobjekt in Abbildung 10 die Spitze des Elektromagneten, der von oben durch eine lineare Verstelleinheit in die Lichtschranke eingeführt wird. Es ist zu beachten, dass im Versuch die Stahlkugel von unten in die Lichtschranke eingeführt wird und der Weg  $x$  positiv ist (siehe Abbildung 5 und Abbildung 11), wenn sich die Stahlkugel nach oben bewegt. Für diesen Fall ist der Kalibrierkoeffizient zu bestimmen.



**Abbildung 11: Prinzipielle Kennlinie und Koordinatensystem zur Kalibrierung des optischer Wegsensor**

# Magnetische Lagerung einer Kugel

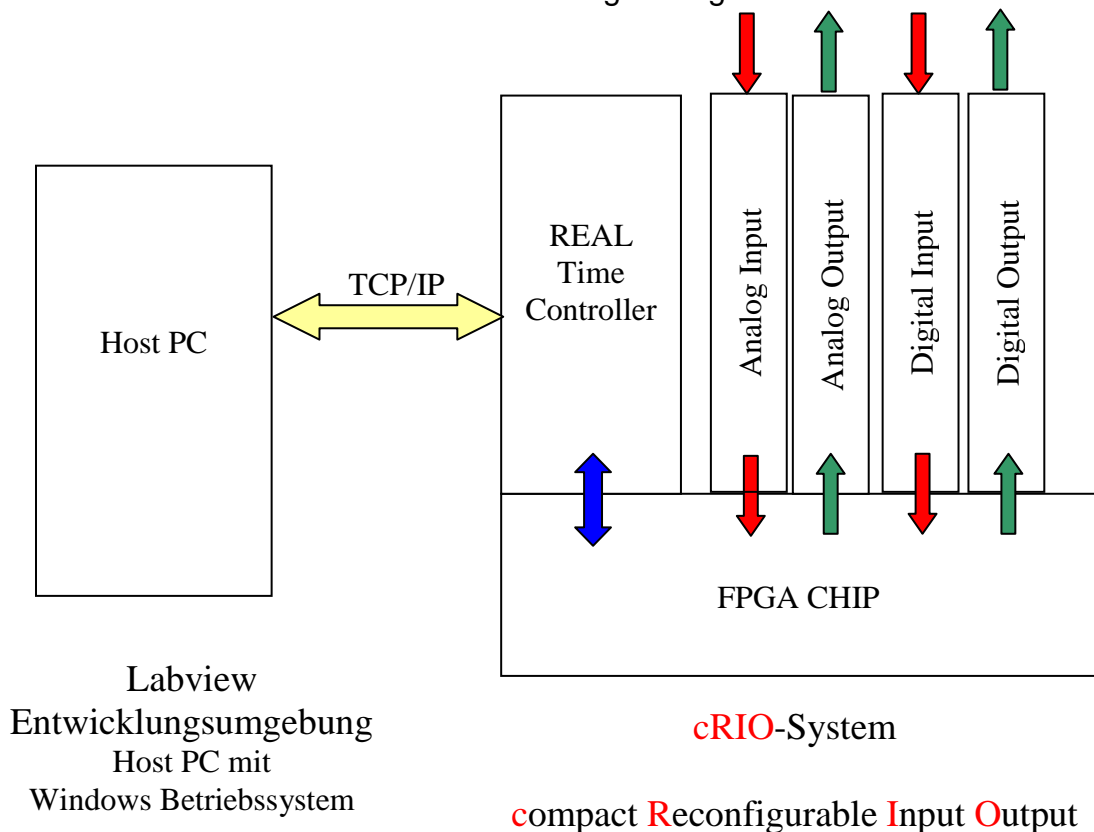
## 2.4 Der Regler

### 2.4.1 Verwendete Hardware c-RIO System

Der für die Magnetlagerung benötigte PD-Regler wird realisiert mit einem cRIO-System (Abbildung 4).

Das cRIO-System (**c**ompact **R**econfigurable **I**nput **O**utput System) von National Instruments ist ein rekonfigurierbares Echtzeitkontroll-, Signalerzeugungs- und Signalerfassungs-System. Das cRIO-System besteht aus einem Echtzeit Prozessor und einem FPGA Chip (Field Programmable Gate Array).

Kernstück des System ist der FPGA –Chip. Es handelt sich um einen Chip, dessen Funktion programmierbar ist (direkt programmierbar in der Sprache VHDL). National Instrument hat für die grafische Programmiersprache Labview eine Entwicklungsumgebung bereitgestellt, mit der auf grafischen Weg, entsprechend der Programmierung in Labview, Programme für den FPGA Chip entwickelt werden können. Die Programmierung erfordert keinerlei Kenntnisse einer Programmiersprache, wie z.B. C, C++ oder VHDL. Das cRIO-System ist nach Übertragung der Programme vom Host-PC autark. Die Netzwerkverbindung kann getrennt werden.



**Abbildung 12: schematischer Aufbau CRIO-System mit Labview Entwicklungsumgebung (Pfeile kennzeichnen Datenaustausch)**

Nach Compilierung auf dem Host –PC werden die Programme auf den FPGA Chip übertragen. Die programmierten Funktionen auf dem Chip verhalten sich wie eine klassische Hardwarelösung. Deshalb lassen sich mit dem FPGA-Chip schnelle Hardwarelösungen flexibel und einfach aufbauen. Im vorliegenden Beispiel erfolgt die Datenerfassung (Analog-Input) des Sensors, die Realisierung des PD-Reglers und die

## Magnetische Lagerung einer Kugel

---

Ausgabe (Analog-Output) des Reglersignals auf den Leistungsverstärker komplett über den FPGA-Chip. Der Realtime Controller erfüllt die Kommunikation mit dem Host-System und stellt Variablen für die Algorithmen auf dem Chip bereit.

Das cRIO ist flexibel durch die rekonfigurierbare FPGA Technologie und den programmierbaren Controller. Das System zeichnet sich durch geringe Größe, extremer Störungsempfindlichkeit und leicht austauschbare Input/Output-Module (I/O-Module) aus. Es gibt digitale I/O-Module, AD- oder DA-Wandler für analoge I/O-Module, Module für Puls Weiten Modulation, Quadratur-Encoder usw.. Der Controller verfügt über eine RS232 Schnittstelle und eine IP Netzwerkschnittstelle zur Kommunikation mit dem Host-PC.

Weitere Eigenschaften der Entwicklungsumgebung sind:

- Timing- und Triggerauflösung von  $t_t = 25 \text{ ns}$ ,
- Temperaturbereich von  $-40^\circ \text{ C} \leq T \leq 70^\circ \text{ C}$ ,
- Isolationsspannung  $U_{\text{eff}} \leq 2300 \text{ V}$ ,
- schockresistent bis  $a = 50 \text{ g}$ ,
- zwei redundante Spannungsversorgungseingänge:  $11 \text{ VDC} \leq U \leq 30 \text{ VDC}$ ,
- Leistungsverbrauch:  $7 \text{ W} \leq P \leq 10 \text{ W}$ ,
- Abmaße:  $179,6 \text{ mm} \times 88,1 \text{ mm} \times 88,1 \text{ mm}$ ,
- Gewicht:  $1,58 \text{ kg}$ .

Das cRIO-System wird mit der grafischen Programmiersprache LabVIEW programmiert. Der Controller ist ein Echtzeitbetriebssystem (RT-System) und wird mit den entsprechenden LabVIEW Befehlen programmiert. Für die Programmierung des FPGA stehen eigene Befehle zur Verfügung. Der graphische FPGA Code wird kompiliert und auf den Chip als Hardwarelösung implementiert. Dadurch können Taktzeiten bis  $25 \text{ ns}$  realisiert werden.

Anwendungsgebiete für das cRIO-System sind industrielle Mess-, Automatisierungs-, Steuer- und Regelanwendungen. Das sind Maschinenregelung, mobile Datenerfassung in Fahrzeugen, Maschinen Zustandsüberwachung, Rapid Control Prototyping, Regelung für industrielle Anwendungen, usw..

In der konkreten Ausführung für den Versuch Magnetlager ist das cRIO System wie folgt konfiguriert und programmiert (Abbildung 13):

- Die Sample Rate  $T_s$  und die Anzahl der Samples  $N_s$  für die 4-Analogeingangskanäle können vom Host-PC gesteuert werden
- Die Daten der 4-Analogeingangskanäle (Spannungsbereich +/- 10V) werden an den Host-PC übergeben und werden dort ausgewertet.
- Der Sinus Generator (Spannungsbereich +/- 10V) ist in der Frequenz  $f$ , Amplitude  $U_A$  und Offset  $U_o$  zu steuern  $U(t) = U_o + U_A \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$ .
- Die Kenngrößen des PID-Reglers und seine sample rate sind am Host-PC einzugeben.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

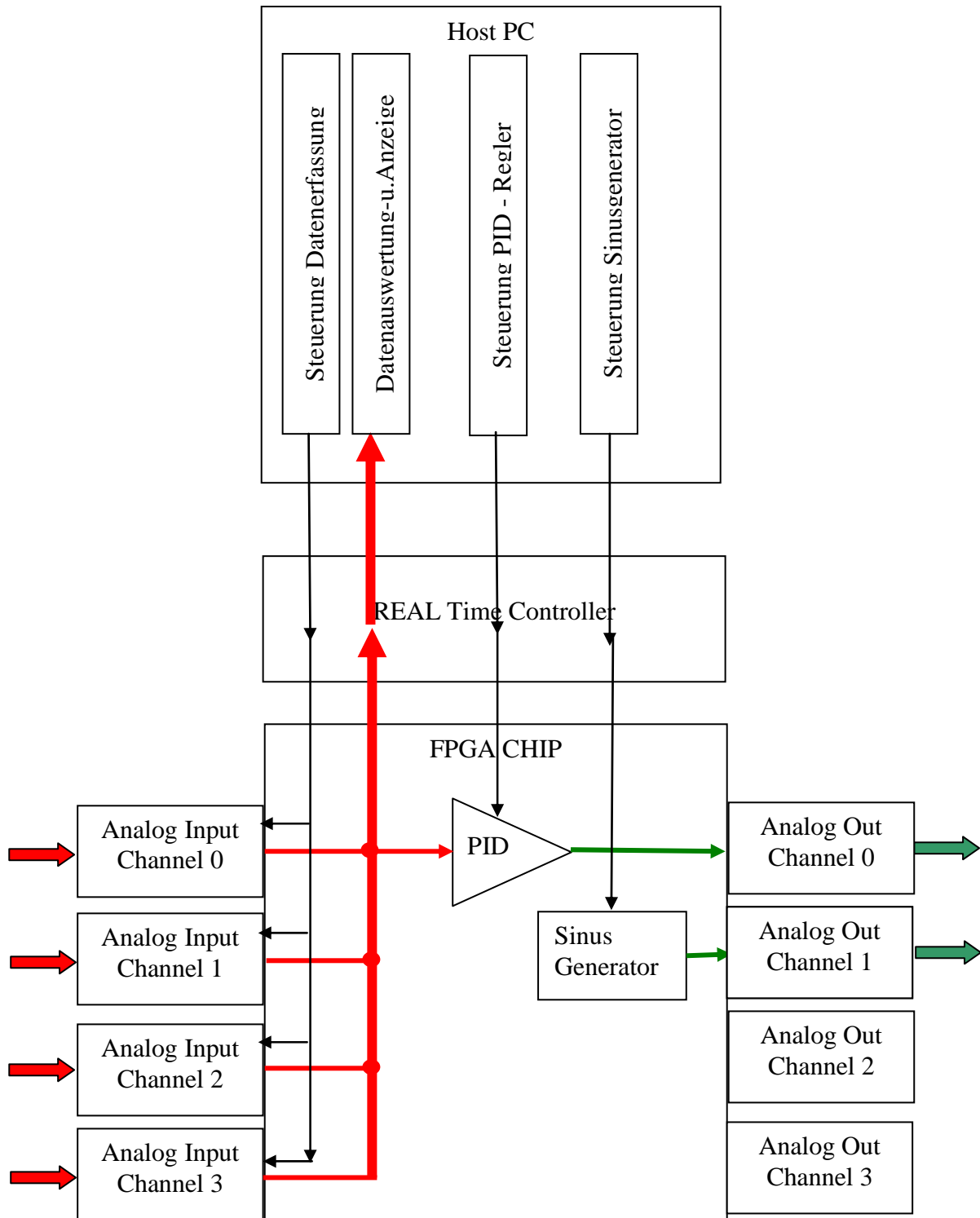


Abbildung 13: Datenflüsse im Versuchsaufbau (Pfeile kennzeichnen Datenaustausch)

## Magnetische Lagerung einer Kugel

Für jeden Analog-Input Kanal werden für jeden angezeigten Datenblock ( $N_s$  Samples) folgende Kenngrößen berechnet und angezeigt (Abbildung 14).

- $U_{max}$  ist der im beobachteten Zeitintervall  $T$  aufgetretene Maximalwert
- $U_{min}$  ist der im beobachteten Zeitintervall  $T$  aufgetretene Minimalwert
- $U_{DC}$  ist der Gleichanteil  $U_{DC} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_2} u(t) \cdot dt \approx \frac{1}{T} \cdot \sum_1^{N_s} u(t_i) \cdot T_s$  für das beobachtete Zeitintervall  $T$
- $U_{eff}$  ist der gemessene Effektivwert  $U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_2} u^2(t) \cdot dt} \approx \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_1^{N_s} u^2(t_i) \cdot T_s}$  für das beobachtete Zeitintervall  $T$

Die hintereinander gemessenen Signalverläufe werden exponentiell gemittelt

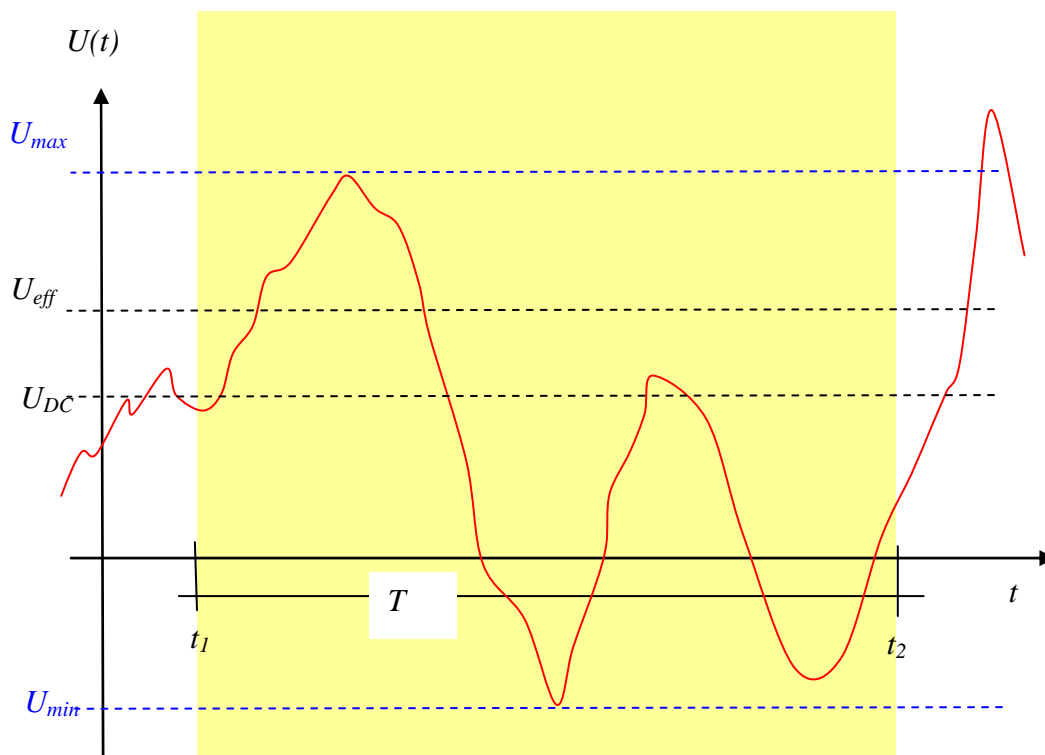
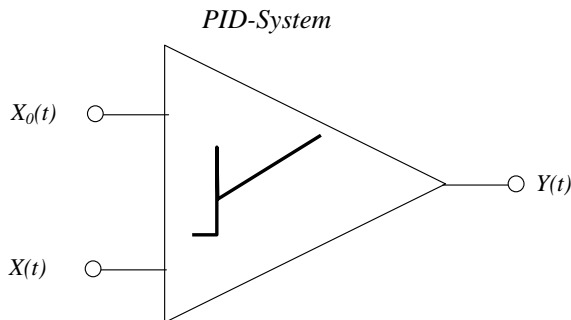


Abbildung 14: Kenngrößen der gemessenen Signale

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 2.4.2 PID-Regler

Ein PID Regler ist ein Systembaustein mit einem Systemeingang  $x(t)$ , einem Sollwerteingang  $x_0$  und einem Systemausgang  $y(t)$ . Der Systemausgang ist linear abhängig von der Eingangsgröße selbst, von der Änderung der Eingangsgröße  $x(t)$  (Ableitung der Eingangsgröße) und von der Dauer der Einwirkung der Eingangsgröße (Integral der Eingangsgröße).



**Abbildung 15: PID-System**

$$y(t) = K_p \cdot (x_0(t) - x(t)) + K_i \cdot \int (x_0(t) - x(t)) \cdot dt + K_D \cdot \frac{d(x_0(t) - x(t))}{dt}$$

Technisch wird das Übertragungsverhalten in einer etwas anderen Form angegeben

$$y(t) = K_p \left( (x_0(t) - x(t)) + \frac{1}{T_i} \cdot \int (x_0(t) - x(t)) \cdot dt + T_D \cdot \frac{d(x_0(t) - x(t))}{dt} \right)$$

mit

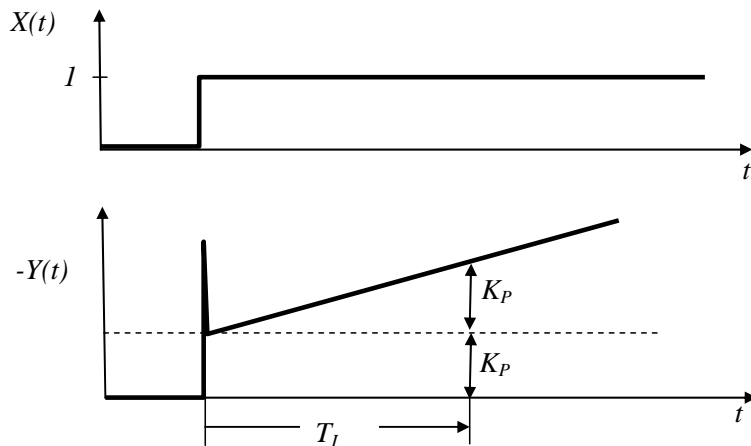
$$T_i = \frac{K_p}{K_i} \quad \text{und} \quad T_D = \frac{K_D}{K_p}$$

Man wählt diese Beschreibung um die Koeffizienten vor den 3 Summanden im Zeitbereich leichter interpretieren zu können.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 2.4.3 PID-Regler bei Einheitssprung am Eingang

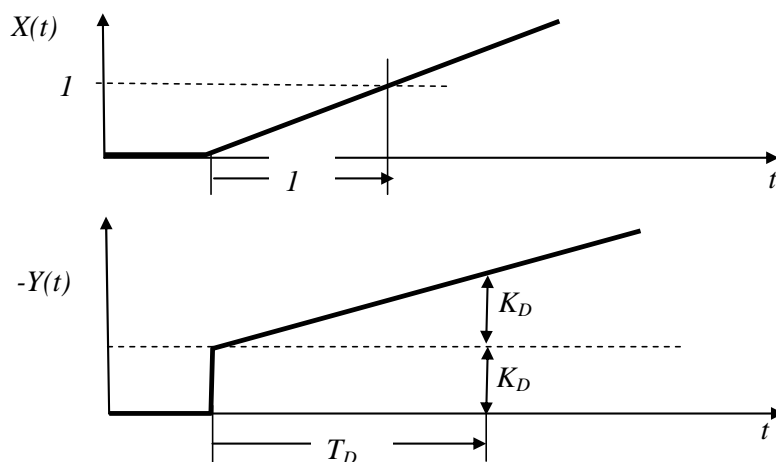
Dazu wird auf den Systemeingang ein Eingangssprung gegeben (Abbildung 16). Der Sollwert  $x_0$  wird als Null angenommen. Die Größe  $K_P$  gibt an, auf welchen Wert kurz nach dem Einschalten der Systemausgang springt. Die Größe  $T_I$  gibt an, wie lange die Eingangsgröße am Systemeingang anstehen muss, damit die Ausgangsgröße den doppelten Wert von  $K_P$  erreicht.



**Abbildung 16: Systemantwort eines PID-Systems auf einen Einheitssprung**

## 2.4.4 PD-Regler bei Rampenfunktion am Eingang

Die Größe  $T_D$  lässt sich gut am Verhalten des Systemausganges auf eine Eingangsrampenfunktion verdeutlichen, wenn der I-Anteil vernachlässigt wird ( $T_I \Rightarrow \infty$ ). Die Größe  $T_D$  bezeichnet man als Vorhaltezeit. Sie gibt an, um welche Zeit ein PD-Regler schneller auf eine Rampenfunktion (Eingangsgrößenänderung) reagiert als ein D-Regler. Nach der Zeit  $T_D$  ist die Ausgangsgröße auf Grund des D-Anteils genau so groß wie durch den P-Anteil.



**Abbildung 17: Systemantwort eines PD-Systems auf eine Rampenfunktion**

# Magnetische Lagerung einer Kugel

---

## 2.4.5 Digitaler PID Regler auf einem FPGA Chip

Die Reglersystemgleichung im Zeitbereich lautet:

$$y(t) = K_p \cdot (x_0(t) - x(t)) + K_i \cdot \int (x_0(t) - x(t)) \cdot dt + K_D \cdot \frac{d(x_0(t) - x(t))}{dt}$$

Technisch wird das Übertragungsverhalten in einer etwas anderen Form angegeben

$$y(t) = K_p \left( (x_0(t) - x(t)) + \frac{1}{T_I} \cdot \int (x_0(t) - x(t)) \cdot dt + T_D \cdot \frac{d(x_0(t) - x(t))}{dt} \right)$$

mit

$$T_I = \frac{K_p}{K_i} \quad \text{und} \quad T_D = \frac{K_D}{K_p}$$

Die entsprechende Berechnungsausführung auf einem digitalen Rechner lautet:

$$y(n+1) = K_{pr} \cdot (x_0(n) - x(n)) + K_i \cdot \sum_{i=0}^n (x_0(i) - x(i)) - K_d \cdot (x(n) - x(n-1))$$

Voraussetzung ist, dass sich der Sollwerteingang von einer Abtastung zur Nächsten wenig ändert  $x_0(n) \approx x_0(n-1)$ .

Die Konstanten  $K_{pr}$ ,  $K_i$  und  $K_d$  lassen sich direkt aus der analogen Formulierung ableiten. Zur besseren Skalierung und zur Möglichkeit der Eingabe der Zeitkonstanten in Sekunden sind Sie im vorliegenden Labview Algorithmus für FPGA noch skaliert.

$$K_{pr} = K_p \cdot 256$$

$$K_i = K_p \cdot 256 \cdot \frac{T_s \cdot 60}{T_I}$$

$$K_d = K_p \cdot 256 \cdot \frac{T_D}{T_s \cdot 60}$$

mit

$T_s \rightarrow$  Samplingzeit in Sekunden

$T_I \rightarrow$  Integrationszeit in Sekunden

$T_D \rightarrow$  Verzögerungszeit in Sekunden

Dabei bezeichnet die Größe n den n-ten Abtastschritt nach Start der Regelung. Bei einer Realisierung auf einem FPGA Chip sind alle Größen Integer Zahlen mit dem Bereich 16bit. Dieses entspricht einem Zahlenbereich von +32767 bis -32768. Der verwendete Zahlenbereich entspricht der Auflösung eines 16-bit AD- und DA Wandlers mit einem Eingangs- bzw. Ausgangsbereich von -10V bis +10V. Einer Spannung von +10V entspricht auf dem Chip eine Zahl von +32767.

**Es ist bei der Anwendung des obigen digitalen Algorithmus darauf zu achten, dass keine der verwendeten Größen den Zahlenbereich Integer 16 über- bzw. unterschreitet.**

## 3 Systembeschreibung Magnetlager

Unter Anwendung des Newton'schen Gesetzes auf die unter dem Elektromagneten gelagerte Stahlkugel (Abbildung 5) ergibt sich für die Summe der Kräfte folgende Gleichung:

$$m \cdot \ddot{x} = G + F_m(x_0, I_0) + k_s \cdot x + k_i \cdot i + F_s$$

$F_s$  ist dabei eine mögliche zusätzlich Störkraft (leichte Berührung mit der Hand, Windanregung usw.), die zusätzlich an der Stahlkugel angreift.

Unter der Annahme dass die magnetische Kraft  $F_m(x_0, I_0)$  gerade die Gravitationskraft  $G$  kompensiert vereinfacht sich die Gleichung.

$$m \cdot \ddot{x} = k_s \cdot x + k_i \cdot i + F_s$$

Für die mechanische Lagerung in Abbildung 5, rechte Seite lautet das Gleichungssystem

$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - b \cdot \dot{x} + F_s$$

Es wird dabei vorausgesetzt, dass die Gewichtskraft  $G$  gerade der Federkraft  $F_0 = c \cdot x_0$  entspricht. Dabei ist zu beachten, dass die Feder- und Dämpferkräfte in der mechanischen Aufhängung eine rückstellende Wirkung (negatives Vorzeichen) haben, auf der rechten Seite der magnetischen Lagerung aber positive Vorzeichen auftreten.

Ein Vergleich der rechten Seiten der mechanischen und magnetischen Lagerung führt auf folgende Bedingung für den Strom  $i$  in der Spule, damit die magnetisch gelagerte Kugel mit einer Federkonstanten  $c$  und einer Dämpfungskonstanten  $b$  „gelagert“ ist.

$$k_s \cdot x + k_i \cdot i = -c \cdot x - b \cdot \dot{x} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{1}{k_i} (-(c + k_s) \cdot x - b \cdot \dot{x})$$

Der Regler entspricht damit einem PD-Glied mit

$$i = -\frac{c + k_s}{k_i} \cdot x - \frac{b}{k_i} \cdot \dot{x}$$

In einer Reglerbeschreibung mit dem Reglereingang  $X$  und dem Reglerausgang  $Y$  müssen noch die Kalibrierkoeffizienten für den Wegsensor und den Aktuator (Elektromagnet) berücksichtigt werden.

$$i = K_y \cdot Y$$

$$X = K_x \cdot x$$

Damit lässt sich das Reglerverhalten neu beschreiben

## Magnetische Lagerung einer Kugel

---

$$i = K_y \cdot Y = -\frac{c+k_s}{k_i} \cdot \frac{X}{K_x} - \frac{b}{K_x \cdot k_i} \cdot \dot{X}$$

Umgestellt nach den Reglergrößen lautet die Reglergleichung

$$Y = -\left( \frac{c+k_s}{k_i \cdot K_x \cdot K_y} \cdot X + \frac{b}{k_i \cdot K_x \cdot K_y} \cdot \dot{X} \right)$$

In einer verkürzten Schreibweise lautet die Reglergleichung

$$Y = -(K_P \cdot X + K_D \cdot \dot{X})$$

mit den Abkürzungen

$$K_P = \frac{c+k_s}{k_i \cdot K_x \cdot K_y}$$

$$K_D = \frac{b}{k_i \cdot K_x \cdot K_y}$$

In der üblichen Beschreibung der Einstellparameter für Regler lautet die Beschreibung des notwendigen PD-Reglers für die Stromsteuerung

$$Y = -K_P \cdot (X + T_D \cdot \dot{X})$$

$$T_D = \frac{K_D}{K_P} = \frac{b}{c+k_s}$$

Für den technischen Regler unter Berücksichtigung des Sollwerteinganges lautet die Gleichung

$$Y = -K_P \cdot [(X_0 - X) + T_D \cdot (\dot{X}_0 - \dot{X})]$$

beziehungsweise für einen Regler bei dem die Änderung des Sollwertes gering ist

$$Y = -K_P \cdot [(X_0 - X) - T_D \cdot \dot{X}]$$

### **Zusammenfassung Berechnung der Reglerkonstanten:**

$$K_P = \frac{c+k_s}{k_i \cdot K_x \cdot K_y}$$
$$T_D = \frac{K_D}{K_P} = \frac{b}{c+k_s}$$

## Magnetische Lagerung einer Kugel

---

Bemerkung:

Aus den Parametern zur Beschreibung der Bewegung eines schwingungsfähigen Systems mit einem Freiheitsgrad  $m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - b \cdot \dot{x} + F_s$  lassen sich wichtige Kenngrößen berechnen.

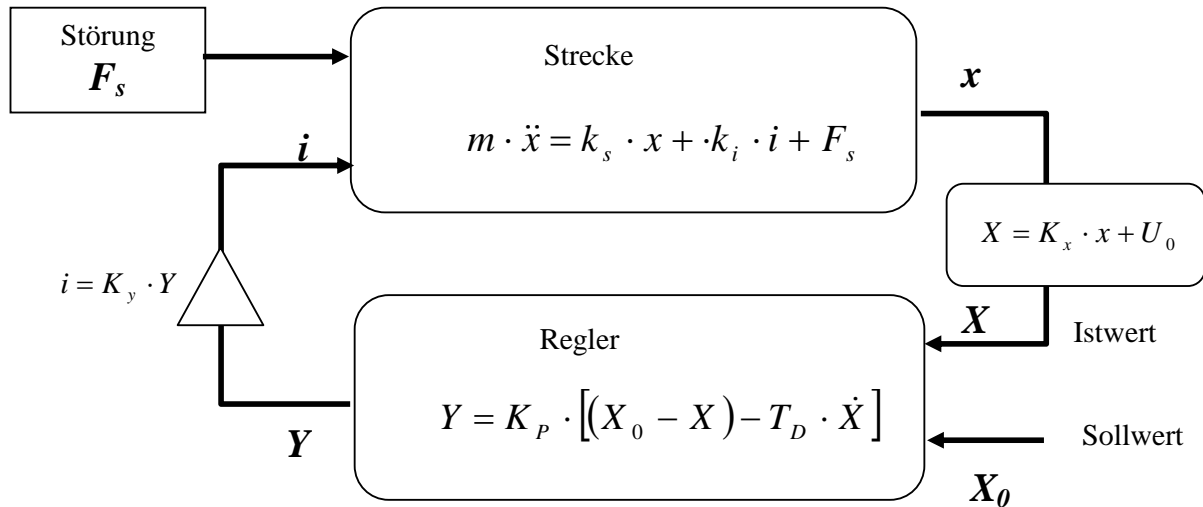
$$\text{Resonanzfrequenz: } f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$\text{Dämpfungskonstante: } \delta = \frac{b}{2m}$$

$$\text{Dämpfungsmaß in \%: } D = 100\% \cdot \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{b}{2 \cdot m \cdot \omega_0} \cdot 100\%$$

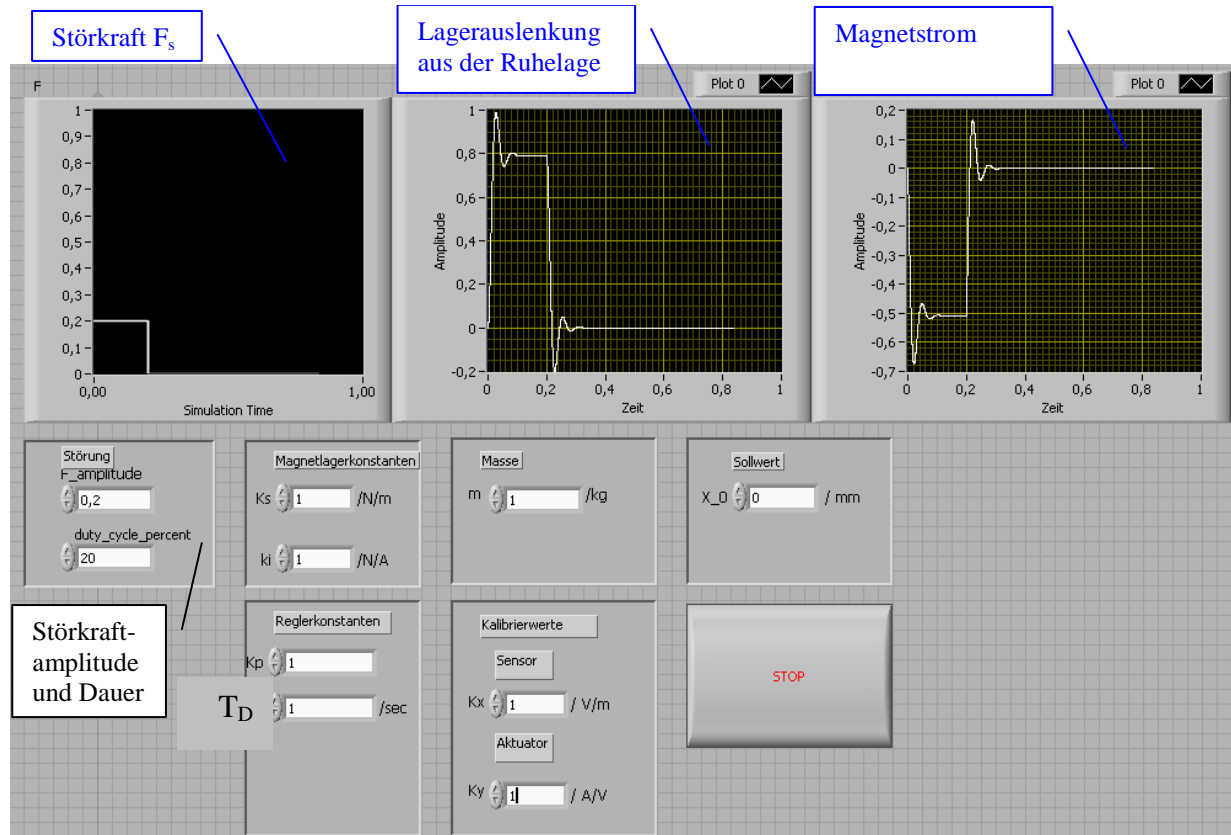
Die Kenngrößen sind hilfreich zur Vorauslegung des Systems in Aufgabe 5.1.

## 4 Magnetlagersimulation in LabView



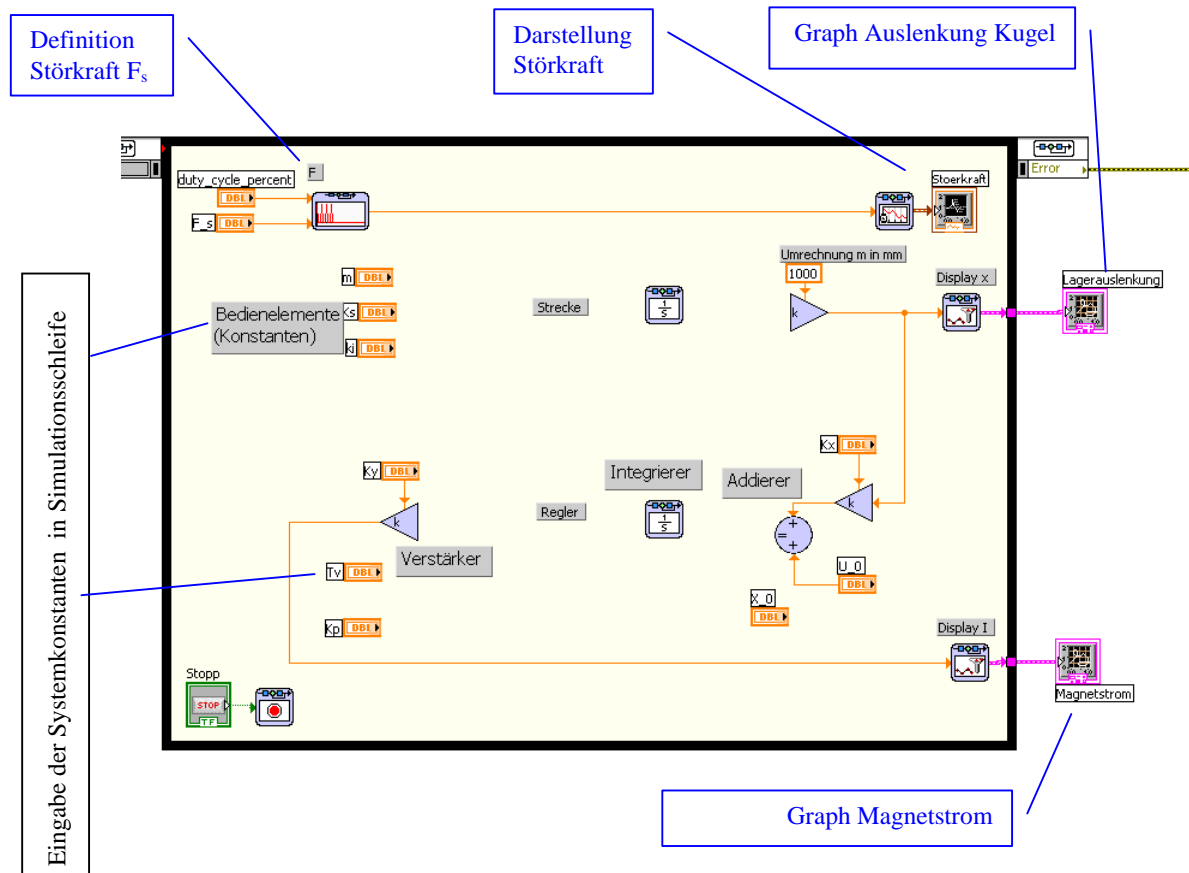
**Abbildung 18: Systembeschreibung der magnetischen Lagerung**

Die Abbildung 18 zeigt den Regelkreis des Magnetlagers. Die Störung  $F_s$  ist in diesem Fall eine Kraft, die direkt auf die zu lagernde Kugel wirken soll. Der Regelkreis muss diese Störkraft ausregeln. Im vorliegenden Simulationsmodell ist die Störkraft ein Rechteckimpuls mit variabler Amplitude und Dauer (Abbildung 19 und Abbildung 20).



**Abbildung 19: Systembeschreibung der magnetischen Lagerung (Frontpanel)**

# Magnetische Lagerung einer Kugel



**Abbildung 20: Programm (Blockdiagramm unvollständig) der magnetischen Lagerung**

Das Simulationsprogramm in Labview enthält Abbildung 20. Die Bedienoberfläche zum Programm zeigt Abbildung 19. Die Simulationsschleife ist entsprechend konfiguriert und die entsprechenden Ein- und Ausgaben programmiert.

Die Simulationsschleife enthält zwei Gleichungen, die gekoppelt sind (siehe auch Abbildung 18):

- Der Regler wird mit folgender Gleichung berechnet
$$Y = K_P \cdot [(X_0 - X) - T_V \cdot \dot{X}]$$
- Die Strecke wird mit folgender Gleichung berechnet
$$m \cdot \ddot{x} = k_s \cdot x + k_i \cdot i + F_s$$

Abbildung 20 zeigt die unvollständige Simulationsschleife. Sie ist entsprechend Abbildung 18 zu ergänzen.

Es ist zu berücksichtigen, dass der Koeffizient  $K_Y$  für den im Versuch verwendeten invertierenden Verstärkers negativ ist.

## 5 Aufgaben, Versuche

Zur Lösung der Aufgabe ist die strukturierte Durchführung von Teilaufgaben sinnvoll. Sie sind im Folgenden beschrieben.

### 5.1 Festlegung des Entwicklungsziels

Der erste Schritt zur Lösung liegt in der Formulierung des Entwicklungsziels. In diesem Fall soll eine Stahlkugel schwebend aufgehängt werden. In der Wirkung soll die Aufhängung einem mechanischen Feder-Dämpfer System entsprechen. Die erste Aufgabe besteht in einer realistischen (begründbaren) Festlegung der Steifigkeit (Federkonstante) und der Dämpferkonstante (Dämpfung) des Systems.

Dabei ist zu berücksichtigen, dass der später zu realisierende Regler eine Taktfrequenz von  $f_T=2$  kHz hat. Wie groß ist dann die sample rate des Analog input des Systems?

### 5.2 Sensorkalibrierung

Es ist die Kennlinie und der Kalibrierkoeffizient  $K_x$  des Sensors zu bestimmen (siehe auch Kapitel 2.3).

$$X = K_x \cdot x + U_0$$

Die Größe  $x$  ist die Auslenkung der Kugel um deren Ruhelage, die Größe  $X$  ist die Reglereingangsspannung in Volt.

Für die Kalibrierung ist die abgerundete Spitze des Aktuators über den Verstell Schlitten in das Lichtband des Sensors zu fahren.

Es ist zu klären, ob die Dynamik des Sensors mit den in Kapitel 5.1 formulierten Entwicklungszielen übereinstimmt. Informationen sind der Bedienungsanleitung zum Sensor /L11/ zu entnehmen.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

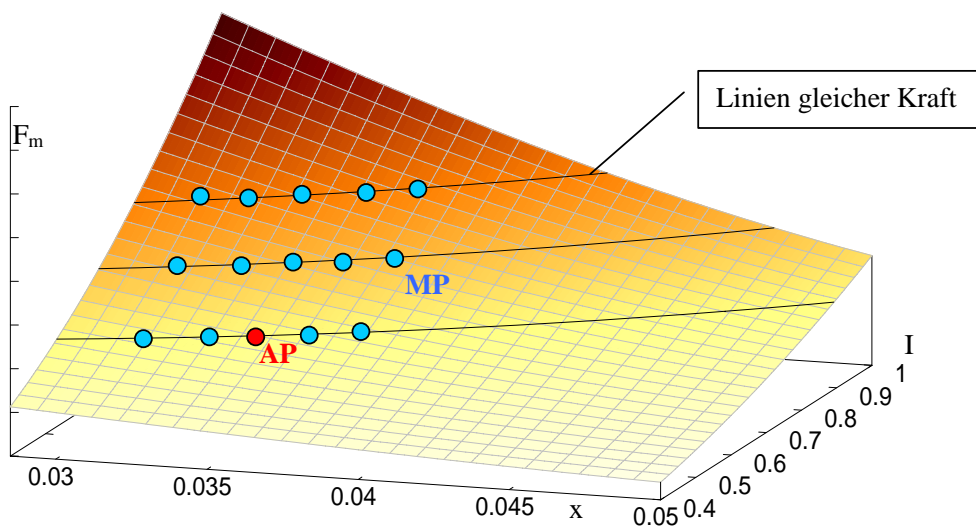
## 5.3 Ermittlung der Aktuatorkonstanten

Siehe auch Kapitel 2.1.

### 5.3.1 Bestimmung der Konstanten der linearisierten Magnetkennlinie

Die Magnetkraft eines Elektromagneten ist quadratisch abhängig vom Strom und reziprok quadratisch abhängig vom Weg. Die Kraftwirkung eines Elektromagneten auf ein magnetisierbares Bauteil im Magnetfeld lässt sich wie folgt berechnen.

$$F_m = k_E \cdot \frac{(I_0 + i)^2}{(x_0 - x)^2}$$



**Abbildung 21: Magnetische Kraftwirkung in Abhängigkeit von Weg und Strom**

Dabei ist  $k_E$  eine Konstante des Elektromagneten, die abhängig von der Geometrie, der Windungszahl und des verwendeten Eisenkernmaterials ist. Um einen Arbeitspunkt AP (Abbildung 21)  $I_0, x_0$  herum lässt sich der funktionale Zusammenhang linearisieren.

$$F_m = F_{m0}(x_0, I_0) + k_m \cdot x + k_i \cdot i(t)$$

Die Konstanten  $k_m$  und  $k_i$  können experimentell ermittelt werden. Systemtechnisch gesehen handelt es sich um ein System mit zwei Eingangsgrößen ( $x_j, i_j$ ) und einer Ausgangsgröße  $F_{mj}$ . Es müssen also mindestens 2 linear unabhängige Messungen durchgeführt werden.

Für  $n$  - Punkte ( $n > 2$ )  $x_j, i_j$  wird die magnetische Kraft  $F_{mj}$  und die zugehörigen Wege  $x_j$  und Ströme  $i_j$  gemessen ( $j = 1 \dots n$ ). Das überbestimmte Gleichungssystem in den 2 Unbekannten  $k_m$  und  $k_i$  wird mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate gelöst.

Die magnetische Kraft wird dadurch ermittelt, dass eine Stahlkugel auf einer Tischplatte liegt und im Abstand  $L$  ein Magnet oberhalb der Kugel befestigt ist. Durch den Magnet wird der Strom langsam erhöht, bis die Kugel gerade angezogen wird. In diesem Augenblick entspricht die Magnetkraft der Gewichtskraft.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

---

Der Versuch soll durchgeführt werden für einen Arbeitsabstand  $x_0=5\text{mm}$ . Die Masse der Stahlkugel mit Zusatzgewichten wird mit einer Waage ermittelt.

Im vorliegenden Versuch entspricht  $F_{m0}$  der Gewichtskraft  $G$  der Stahlkugel. Die zu suchende Funktion hat damit die Form

$$F_m - F_{m0}(x_0, I_0) = G_{mZ} = +k_s \cdot x + k_i \cdot i$$

$G_{mZ}$  ist die Gewichtskraft der Zusatzmassen.

In einer ersten Versuchsreihe wird für die Stahlkugel der Arbeitsabstand um  $\pm 1\text{mm}$  in Schritten von  $0,5\text{mm}$  variiert und der Strom gemessen. Dazu gehört auch die Strommessung im Arbeitspunkt.

Dann wird ein Zusatzgewicht (Legosteine)  $m_Z$  an die Stahlkugel mit Klebwachs angebracht, die Gesamtmasse gewogen und die Messreihe wiederholt. Ebenso wird für ein weiteres Zusatzgewicht verfahren (Legosteine mit erhöhter Masse, gefüllt mit Klebstoff).

## 5.3.2 Multilineare Regression (Methode der kleinsten Fehlerquadrate)

In Matrixform lautet die zu suchende Funktion

$$G_{mZ} = \{k_s \quad k_i\} \cdot \begin{Bmatrix} x \\ i \end{Bmatrix}$$

Das Gleichungssystem kann für  $n$ - verschiedene Stichproben aufgestellt werden

$$\{G_{mZ_1} \quad \dots \quad G_{mZ_i} \quad \dots \quad G_{mZ_n}\} = \{k_s \quad k_i\} \cdot \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_i & \dots & x_n \\ i_1 & \dots & i_i & \dots & i_n \end{bmatrix}$$

In kompakter Schreibweise lautet das überbestimmte Gleichungssystem

$$\begin{aligned} \{G\} &= \{K\} \cdot [X] \\ \{G\} &= \{G_{mZ_1} \quad \dots \quad G_{mZ_i} \quad \dots \quad G_{mZ_n}\} \\ \{K\} &= \{k_s \quad k_i\} \\ [X] &= \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_i & \dots & x_n \\ i_1 & \dots & i_i & \dots & i_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Der Koeffizientenvektor kann mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate optimal bestimmt werden

$$\{K\} = \{G\} \cdot [X]^T \cdot ([X] \cdot [X]^T)^{-1}$$

In Excel benötigen Sie zur Lösung die Befehle `mmult()`; `mtrans()` und `minv()`. Eine Matrix kann durch Markierung eines Feldes und betätigen der Taste F2 als Matrix gekennzeichnet werden.

## Magnetische Lagerung einer Kugel

---

Um eine Matrixfunktion auszuführen ist folgender wichtiger Schritt notwendig. Anwahl des Kästchens in dem gerade die Funktion eingegeben wurde. Fahren Sie dann mit dem Cursor ans Ende der Formel in der oberen Eingabezeile. Übertragen Sie dann die Formel in das vorher markierte Array zur Aufnahme der Ergebnisse mit der Betätigung folgender Tasten

**STRG+UMSCHALTTASTE(groß/klein)+RETURN**

(Achtung: Umschalttaste darf nicht auf große Buchstaben eingestellt sein).  
Umschalttaste meint die temporäre (untere) Taste für Umschalten groß/klein

### 5.3.3 Lineare Regression mit Excel

Die lineare Regression wurde mit der Funktion RGP aus Excel erstellt. Die Funktion wird aufgerufen mit dem Funktionsassistent und daraus die Untermenge zur Statistik. Die Ergebnisse der Regressionsanalyse stehen in einem Array. Die zugehörige Formel RGP zur Analyse ist eine Arrayformel (**WICHTIG!!!**). Wenn eine Regression für 2 unabhängige Variable und 1 abhängige Variable berechnet werden soll und die Kontrollwerte für die Regression (z.B. Korrelationskoeffizient) ermittelt werden muss eine 3X5 Array markiert werden. Liegt eine einfache Regression mit einer unabh. Variablen vor ist ein 2X5 Array zu markieren. Der Cursor muss im oberen linken Feld stehen.

Geben Sie die Felder für  $G_{mz}$ , X und I ein. Dies kann grafisch durch Drag Funktion des Cursors über die Entsprechenden Felder erfolgen. Die Variable Konstante ist mit FALSCH und die Variable Stats mit WAHR zu kennzeichnen. Konstante=FALSCH berechnet keinen Achsenabschnitt der abhängigen Variablen. Dann ist die Eingabe im Assistent beendet.

Um die Regression auszuführen ist folgender wichtiger Schritt notwendig. Anwahl des Kästchens in dem gerade die Funktion RGP eingegeben wurde. Fahren Sie dann mit dem Cursor ans Ende der Formel in der oberen Eingabezeile. Übertragen Sie dann die Formel in das vorher markierte Array zur Aufnahme der Regressionsergebnisse mit der Betätigung folgender Tasten

**STRG+UMSCHALTTASTE(groß/klein)+RETURN**

(Achtung: Umschalttaste darf nicht auf große Buchstaben eingestellt sein).  
Umschalttaste meint die temporäre (untere) Taste für Umschalten groß/klein

**ACHTUNG: In der Ausgabe der Koeffizienten ist die Reihenfolge umgedreht zur Eingabe der unabhängigen Variablen**

# Magnetische Lagerung einer Kugel

---

## 5.4 Frequenzgangmessung des Systems Leistungsverstärker-Elektromagnet

Es besteht die Aufgabe den Frequenzgang eines Elektromagneten bei Betrieb mit einem Leistungs-Spannungsverstärker und mit einer geregelten Stromquelle zu betreiben.

Es ist abzuschätzen mit welchem Aktuatorssystem ein Magnetlager mit einer in Kapitel 5.1 festgelegten Resonanzfrequenz geregelt werden kann. Eventuell sind die Entwicklungsziele zu korrigieren.

Die Grenzfrequenz des Tiefpasses des Elektromagneten ist mit seiner Induktivität und seinem Widerstand abzuschätzen.

### 5.4.1 Ermittlung des ohmschen Widerstandes

Der Leistungsverstärker ist als Spannungsverstärker zu betreiben. Ermitteln Sie für 3 verschiedene Ströme zwischen 0,6 – 1 A den ohmschen Widerstand des Elektromagneten.

### 5.4.2 Ermittlung der Spuleninduktivität

Der Leistungsverstärker ist als Spannungsverstärker zu betreiben. Ermitteln Sie für die Frequenzen 10, 20, 30Hz die Induktivität des Elektromagneten. Der Effektivwert der Ausgangsspannung des Leistungsverstärkers soll 20V betragen.

Der induktive Widerstand einer Spule berechnet sich zu  $x_L = \omega \cdot L$ . Der Scheinwiderstand berechnet sich wie folgt

$$Z = \sqrt{R^2 + x_L^2}$$

### 5.4.3 Berechnung der Grenzfrequenz des passiven Elektromagneten

Schätzen Sie die Grenzfrequenz des Elektromagneten mit folgender Formel ab

$$f_G = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{R}{L}$$

Stellen Sie den Amplitudenfrequenzgang in der Bode-Darstellung bis zur 3-fachen Eckfrequenz mit Excel dar.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 5.4.4 Ermittlung des Frequenzganges mit Leistungsoperationsverstärker als Spannungsquelle

Bei Zeitproblemen entfällt dieser Aufgabenteil.

Ermitteln Sie ab der Frequenz  $f_0=0,2\text{Hz}$  bis zur berechneten 3-fachen Eckfrequenz den Frequenzgang  $H(f)$  des Elektromagneten einschließlich des Leistungsverstärkers. Der Verstärker hat eine Spannungsverstärkung von  $v=4$ . Der Ausgangsstrom kann durch Messung des Spannungsabfalles an einem Shuntwiderstand  $R_S=0,5\text{ Ohm}$  im Operationsverstärker ermittelt werden. Bei der Frequenz  $f_0=0,2\text{Hz}$  ist ein Strom mit einem Effektivwert von  $I_0=0,5\text{A}$  einzustellen. Danach ist die Eingangsamplitude unverändert zu lassen.

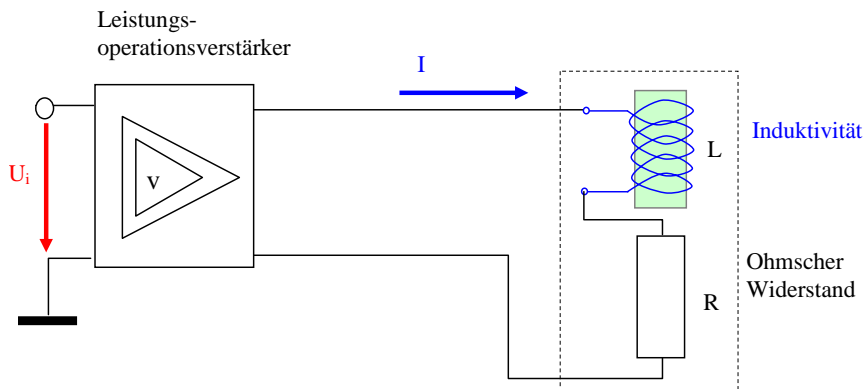


Abbildung 22: Messaufbau zur Ermittlung des Frequenzganges

$$H(f) = \frac{I}{U_i}(f)$$

Normieren sie den Frequenzgang auf den Wert bei  $f_0=0,2\text{Hz}$

$$H_N(f) = \frac{\frac{I}{U_i}(f)}{\frac{I}{U_i}(f_0)}$$

Stellen Sie den normierten Frequenzgang in dB dar

$$H_{N,dB}(f) = 20 \log \frac{\frac{I}{U_i}(f)}{\frac{I}{U_i}(f_0)}$$

Stellen Sie den Frequenzgang als Bodediagramm dar. Das Bodediagramm ist die Darstellung der Amplitude des Frequenzganges in dB über der logarithmisch skalierten Frequenzachse.

Ermitteln Sie die Grenzfrequenz des Tiefpasses aus dem Bodediagramm als Punkt in dem die Amplitude des Frequenzganges um -3dB abgefallen ist. Vergleichen Sie den rechnerisch und experimentell ermittelten Wert.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 5.4.5 Ermittlung des Frequenzganges mit Leistungsoperationsverstärker als Stromquelle

Ermitteln Sie ab der Frequenz  $f=0,2\text{Hz}$  bis zur 2-fachen Eckfrequenz den Frequenzgang  $H$  des Elektromagneten. Ermitteln Sie die Eckfrequenz des Aktuators bei Betrieb als Stromquelle. Bei der Frequenz  $f_0=0,2\text{Hz}$  ist ein Strom mit einem Effektivwert von  $I_{0,2\text{Hz}}=0,5\text{A}$  einzustellen. Danach ist die Eingangsamplitude unverändert zu lassen.

$$H(f) = \frac{I}{U_i}(f)$$

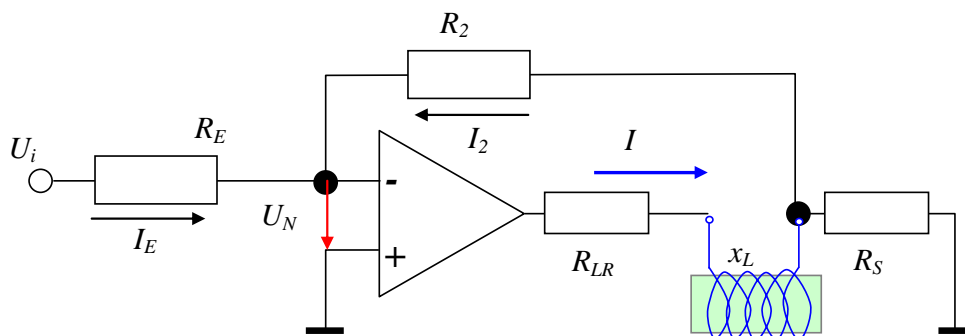
Der Frequenzgang ist auf den bei der Frequenz  $f=0,2\text{Hz}$  ermittelten Wert zu normieren.

Stellen Sie den Frequenzgang als Bodediagramm dar.

Ermitteln Sie die Grenzfrequenz des Tiefpasses aus dem Bodediagramm als Punkt in dem die Amplitude des Frequenzganges um -3dB abgefallen ist.

Vergleichen Sie die gemessenen Grenzfrequenzen und beantworten Sie die in 1. gestellte Frage.

Den Schaltungsaufbau einer geregelten Stromquelle zeigt Abbildung 23.



**Abbildung 23: Operationsverstärker als Stromquelle**

Das Übertragungsverhalten der Stromquelle lautet

$$v_I = \frac{I_0}{U_i} = -\frac{R_2}{R_E \cdot R_S}$$

## 5.5 Simulation der Magnetlagerung, Ermittlung der Reglerkonstanten

Das vordefinierte Simulationsprojekt ist zu öffnen. Das Programm ist entsprechend Kapitel 4 zu vervollständigen und die Systemparameter einzutragen. Die Reglerkonstanten sind entsprechend Abschnitt 3 zu berechnen.

In der Formulierung der Strecke (Kap. 3 Abbildung 18) ist der Einfluss der Gewichtskraft vernachlässigt. Deshalb ist die Berücksichtigung von  $I_0$  im Modell ebenfalls nicht notwendig.

Der Regelkreis ist auf seine Stabilität, auch unter Einwirkung von Störkräften zu untersuchen.

Reicht die maximale Stromverstärkung bis 2,5A aus? Für diese Aussage ist  $I_0$  zu berücksichtigen.

### Zusatzaufgabe:

Es ist der Frequenzgang des Reglers nach Amplitude und Phase mit den ermittelten Reglerkonstanten entsprechend der Reglergleichung in Abbildung 18 zu erstellen.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 5.6 Inbetriebnahme des Reglers, Ermittlung des Frequenzganges des Reglers

Mit dem in Kapitel 2.4 beschriebenen Programm kann der Regler konfiguriert und untersucht werden. Die Bedienoberfläche des Reglers zeigt Abbildung 24.

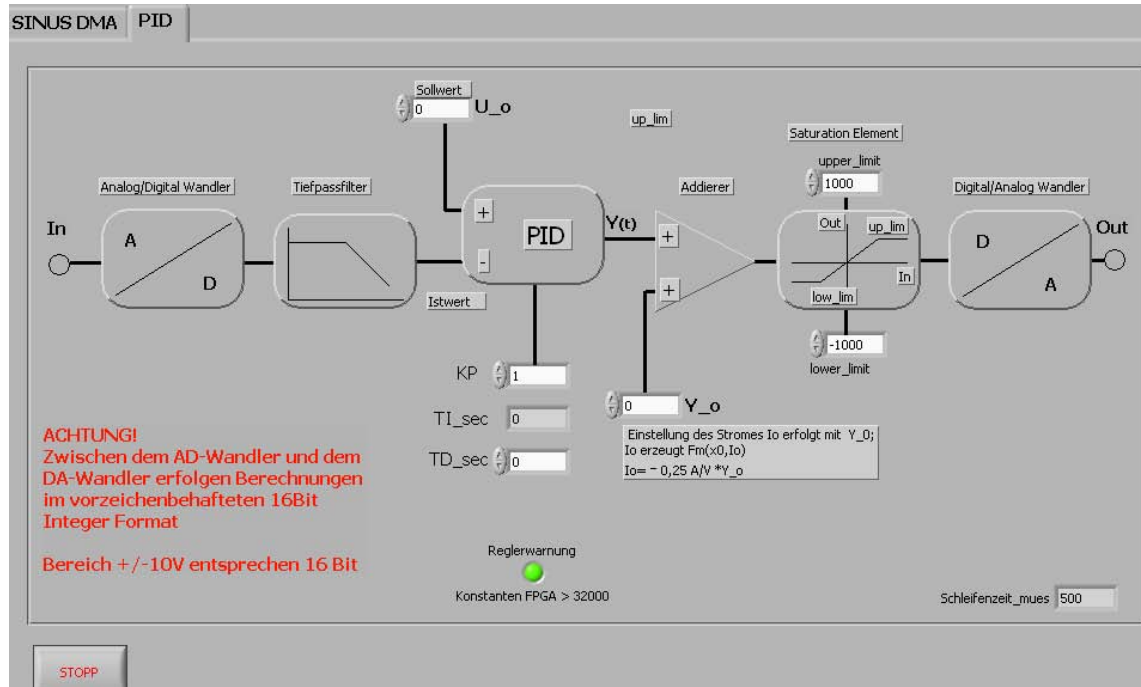
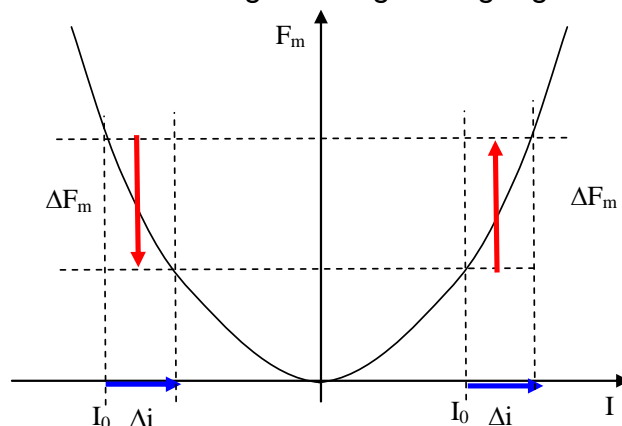


Abbildung 24: Bedienoberfläche des Reglers auf dem Host-PC

Es sind die Reglerparameter aus Kapitel 5.5 einzusetzen. In der Ausführung ist auch der Ruhestrom  $I_0$  einzustellen um beim Abstand  $x_0$  die Magnetkraft  $F_m(x_0, I_0)$  zum Ausgleich der Gewichtskraft zu erzeugen. Es ist zu beachten, dass ein Elektromagnet nur Anziehungskräfte generieren kann. Die Stromrichtung ist entsprechend zu begrenzen.

Einer positiven Auslenkung der Kugel entspricht einer negativen Änderung des Sensorausgangssignals  $X(t)$ .

Es ist sicher zu stellen, dass bei einer positiven Änderung des Reglerausganges eine negative Stromänderung erfolgt und als Folge davon die Magnetkraft reduziert wird. Dieses ist nur sicher gestellt, wenn der Elektromagnet mit einem positivem Strom  $I_0$  die zugehörige Magnetkraft  $F_m(x_0, I_0)$  erzeugt (siehe Kennlinie Elektromagnet, für negative Ströme erzeugen positive Stromänderungen eine Kraftreduzierung, bei negativen Strömen ist der Effekt umgekehrt).



Für eine exakte Beschreibung der digitalen Realisierung eines PID Reglers sei auf Kap. 2.4.5 verwiesen. In diesem Praktikumsversuch werden vereinfacht alle Größen in das entsprechende 16 Bit Integer Format umgewandelt.

## 6 Anhang

### 6.1 Literaturhinweise:

1. Siehe auch <http://www.elektronik-kompodium.de>
2. Dissertation Aktive Kompensation von periodischen Schwingungen an rotierenden Walzen; Eckhard Fründ, Heinz Nixdorf Institut –Verlagsschriftenreihe Band 136.
3. Traxler,A: Eigenschaften und Auslegung von berührungsfreien elektromagnetischen Lagern; Dissertation ETH Zürich Nr. 7851, 1986
4. Abraham, Detlef; Aktive Beeinflussung von Rotoren; Dissertation Universität der Bundeswehr Hamburg 1992
5. Einführung in LabVIEW  
Autoren: Wolfgang Gorgi / Ergun Metin  
328 Seiten, gebunden, mit CD-ROM, Carl Hanser Verlag, September 2006
6. LabVIEW – Das Grundlagenbuch, 4., überarbeitete Auflage  
Autoren: R. Jamal / A. Hagestedt  
576 Seiten, gebunden. mit CD-ROM, Verlag: Addison-Wesley, August 2004
7. LabVIEW – Das Anwenderbuch, 2. revidierte Auflage  
Autoren: Rahman Jamal / Herbert Pichlik  
536 Seiten, gebunden, mit CD-ROM, Verlag: Prentice Hall, 15. September 1999
8. Handbuch für die Programmierung mit LabVIEW  
Autor: Prof. Dr.-Ing. Bernward Mütterlein  
460 Seiten, gebunden, mit CD-ROM, Elsevier Verlag  
April 2007
9. LabVIEW für Studenten, 4., veränderte Auflage  
Autor: Rahman Jamal / Andre Hagestedt  
576 Seiten, gebunden, mit CD-ROM, Verlag: Pearson Studium, August 2004
10. Busch, Peter; Elementare Regelungstechnik; Vogel Verlag
11. Betriebsanleitung Optocontrol 1200, micro-epsilon

# Magnetische Lagerung einer Kugel

---

## 6.2 Linearisierte Beschreibung eines Elektromagneten

Die Magnetkraft lässt sich in erster Näherung (L2,3,4) wie folgt berechnen.

$$F_m = k_E \cdot \frac{I^2}{s^2} = k_E \cdot \frac{(I_0 + i)^2}{(x_0 - x)^2}$$

Um einen Arbeitspunkt  $I_0, x_0$  herum lässt sich der funktionale Zusammenhang linearisieren.

$$F_m = F_m(x_0, I_0) + k_s \cdot x + k_i \cdot i(t)$$

Analytisch sind die Konstanten  $k_s$  und  $k_i$  die partiellen Ableitungen an den Stellen  $(x_0, I_0)$

$$k_s = \frac{\partial F_m}{\partial x}(x, i) = \frac{k_e \cdot (-2) \cdot (I_0 + i)^2 \cdot (-1)}{(x_0 - x)^3}$$

$$k_i = \frac{\partial F_m}{\partial i}(x, i) = \frac{k_e \cdot 2 \cdot (I_0 + i) \cdot 1}{(x_0 - x)^2}$$

An der Stelle  $(x_0, I_0)$  ist  $(x = 0, i = 0)$

$$k_s = \frac{\partial F_m}{\partial x}(x_0, I_0) = \frac{k_e \cdot 2 \cdot I_0^2}{x_0^3}$$

$$k_i = \frac{\partial F_m}{\partial i}(x_0, I_0) = \frac{k_e \cdot 2 \cdot I_0}{x_0^2}$$

Die Konstanten  $k_s$  und  $k_i$  werden im Praktikum experimentell ermittelt, da  $k_E$  unbekannt ist.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 6.3 Kelvin-Voigt Modell zur Berechnung der Spannungsrelaxation

Ein Kunststoff kann zur Berechnung der Spannungsrelaxation in erster Näherung durch ein Modell entsprechend Abbildung 25 beschrieben werden.

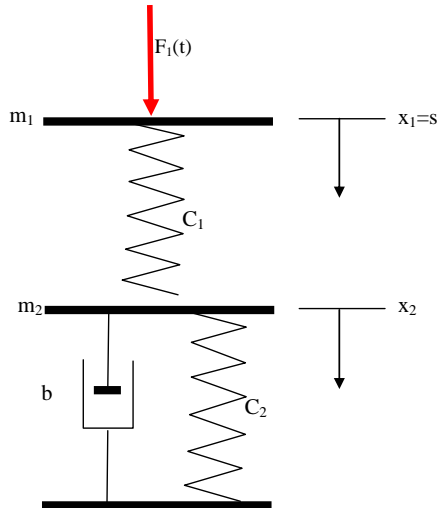


Abbildung 25: Kelvin - Voigt Modell

Es gilt das Feder- und Dämpfergesetz:

$$F_F = -c \cdot x$$

$$F_D = -b \cdot \dot{x}$$

Für die Messpunkte  $x_1$  und  $x_2$  gilt das Newton'sche Gesetz  $m \cdot \ddot{x} = \sum F$ , dabei sind die Massen  $m_1$  und  $m_2$  zu vernachlässigen. Die praktischen Vorgänge haben sehr hohe Zeitkonstanten bis zu mehreren Tagen, deshalb sind die Beschleunigungen zu vernachlässigen. Die entsprechenden Gleichungen für das einfache Kelvin-Voigt Modell lauten:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 = -c_1 \cdot x_1 + c_1 \cdot x_2 + F_1(t)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = -c_2 \cdot x_2 + c_1 \cdot x_1 - c_1 \cdot x_2 - b \cdot \dot{x}_2$$

mit  $m \approx 0$   
 $\ddot{x} \approx 0$  vereinfachen sich die Gleichungen

$$0 = -c_1 \cdot x_1 + c_1 \cdot x_2 + F_1(t) \Rightarrow F_1(t) = +c_1 \cdot x_1 - c_1 \cdot x_2$$

$$0 = -c_2 \cdot x_2 + c_1 \cdot x_1 - c_1 \cdot x_2 - b \cdot \dot{x}_2 \Rightarrow \dot{x}_2 = \frac{1}{b} (c_1 \cdot x_1 - (c_2 + c_1) \cdot x_2)$$

Unter der Bedingung, dass  $x_1 = s$  ist, kann die zweite Diff. Gleichung 1. Ordnung direkt gelöst werden und mit Gleichung 1 anschließend  $F_1(t)$  berechnet werden.

# Magnetische Lagerung einer Kugel

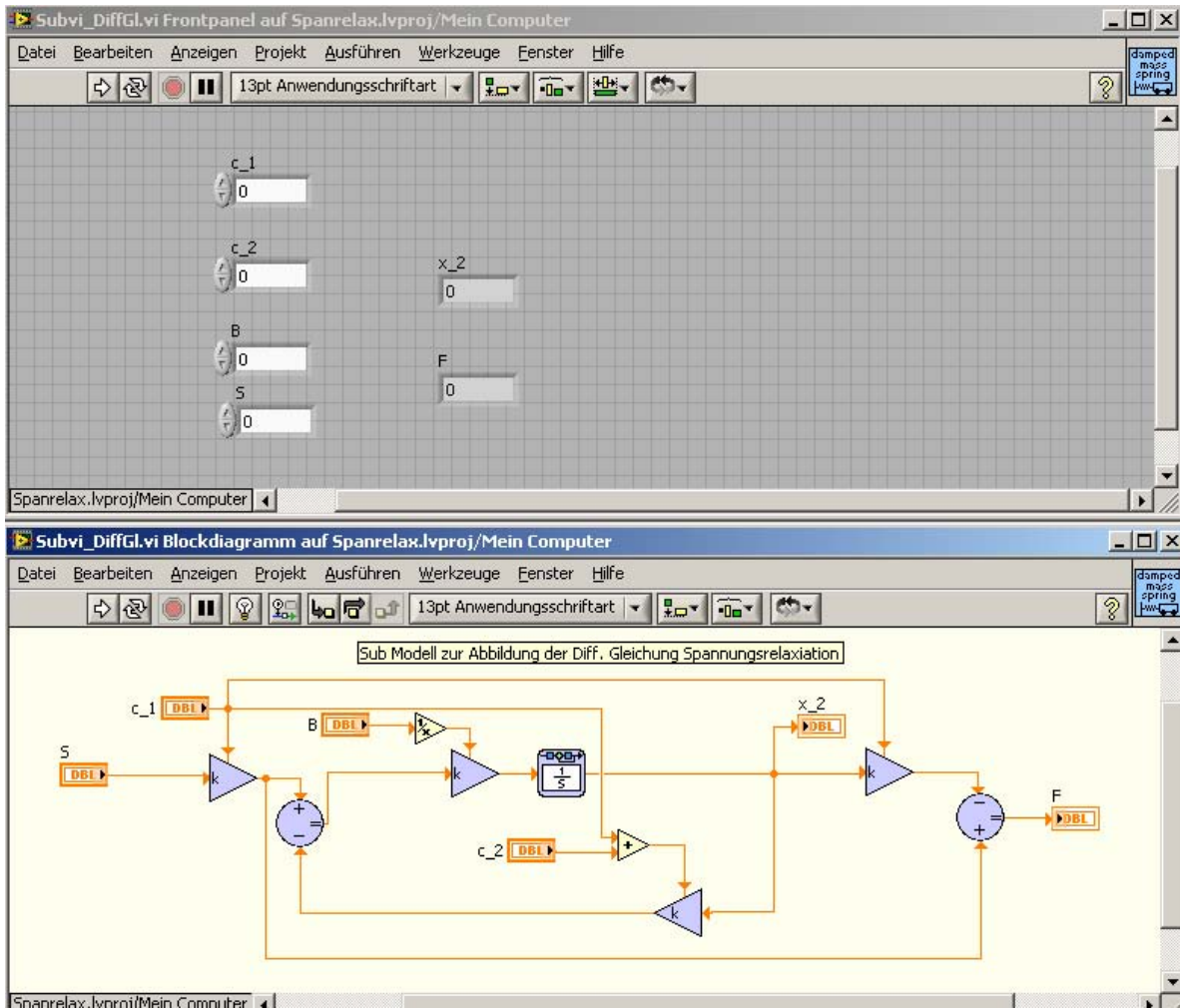


Abbildung 26: Unterprogramm zur Gleichungsgenerierung

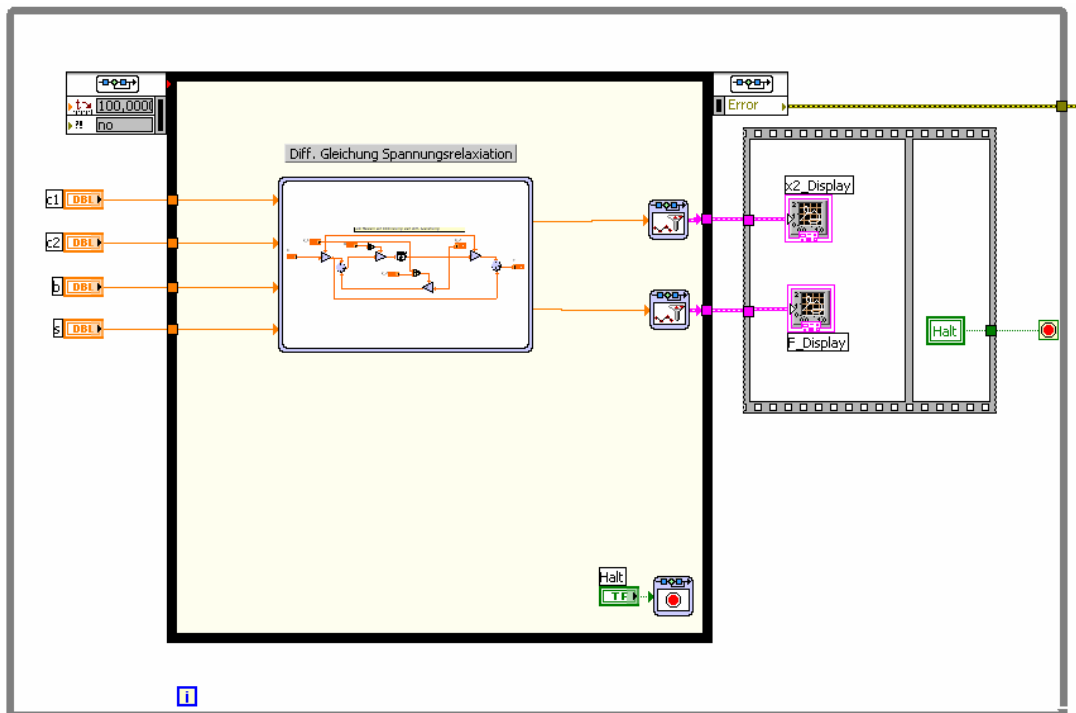


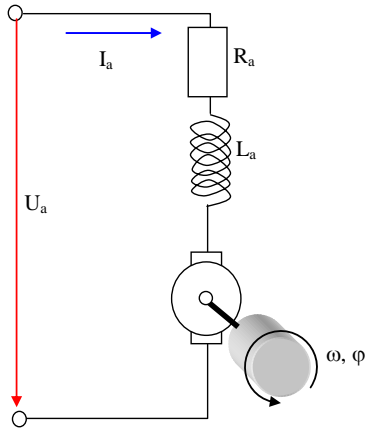
Abbildung 27: Hauptprogramm zur Berechnung

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 6.4 Simulation eines Gleichstrommotors

### 6.4.1 Gleichstrommotor ohne Drehzahlregler

Ein durch Permanentmagneten felderregter Gleichstrommotor kann durch ein Modell entsprechend Abbildung 25 beschrieben werden.



**Abbildung 28: Motor Modell**

Für den **Ankerstromkreis** gilt die Gleichung:

$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + k_e \cdot \omega$$

Dabei entspricht  $U_{ind} = k_e \cdot \omega$  der induzierten Ankerspannung.

Für die **mechanische Last** gilt:

$$J_{ges} \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_s - b \cdot \omega + K_m \cdot I_a$$

Das Motormoment  $M_a = K_m \cdot I_a$  ist proportional zum Ankerstrom

In  $J_{ges}$  sind alle Drehträgheiten erhalten,  $M_s$  entspricht einem Störmoment,  $b\omega$  ist eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung.

In einer Leistungsbetrachtung für den Leerlauf kann gezeigt werden, dass  $K_e = K_m$  gilt.

$$U_a \cdot I_a = I_a^2 \cdot R_a + U_{ind} \cdot I_a$$

$$U_a \cdot I_a = I_a^2 \cdot R_a + M_a \cdot \omega$$

⇒

$$U_{ind} \cdot I_a = M_a \cdot \omega$$

$$k_e \cdot \omega \cdot I_a = K_m \cdot I_a \cdot \omega$$

⇒

$$k_e = K_m$$

# Magnetische Lagerung einer Kugel

Die Gleichungen können zusammengefasst und nach der höchsten Ableitung aufgelöst werden.

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{1}{L_a} (-R_a \cdot I_a - k_m \cdot \omega + U_a)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_{ges}} (-b \cdot \omega + K_m \cdot I_a + M_s)$$

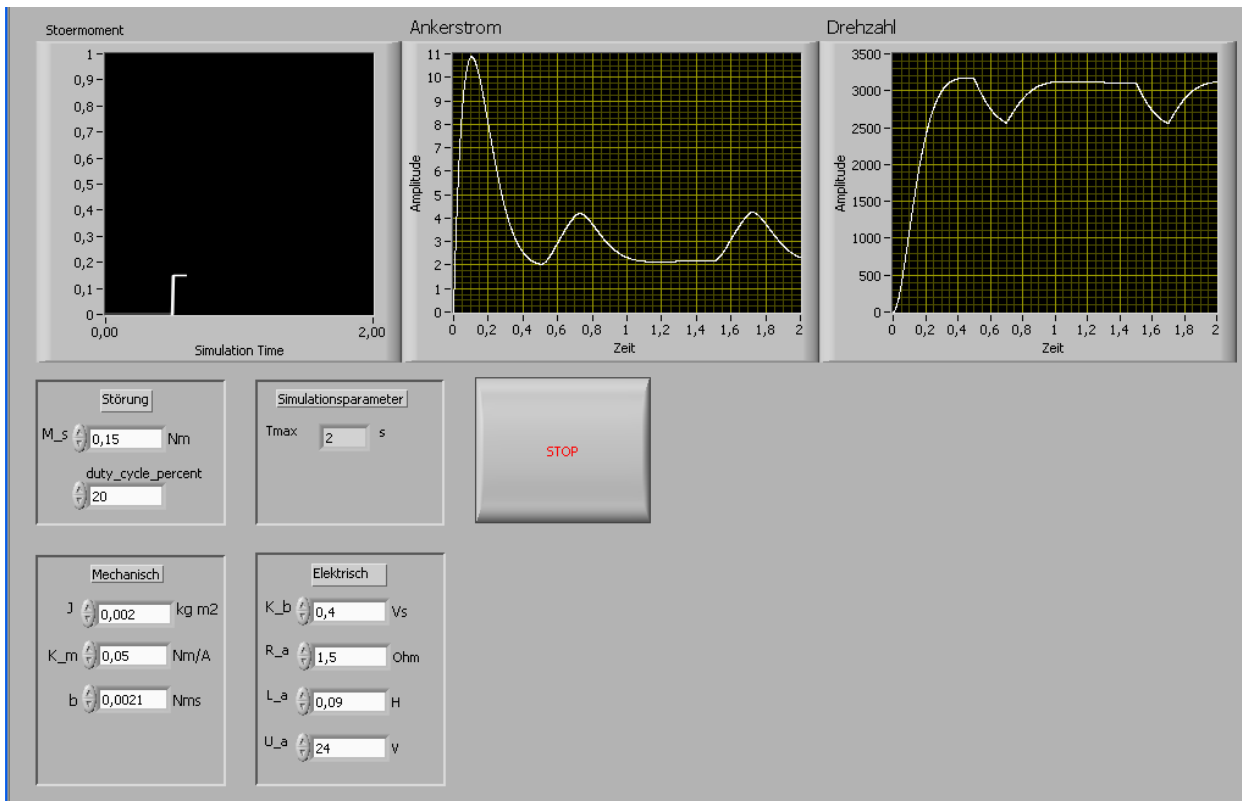


Abbildung 29: Frontpanel zur Simulation eines permanentenerregten Gleichstrommotors

# Magnetische Lagerung einer Kugel

## 6.4.2 Gleichstrommotor mit Drehzahlregler

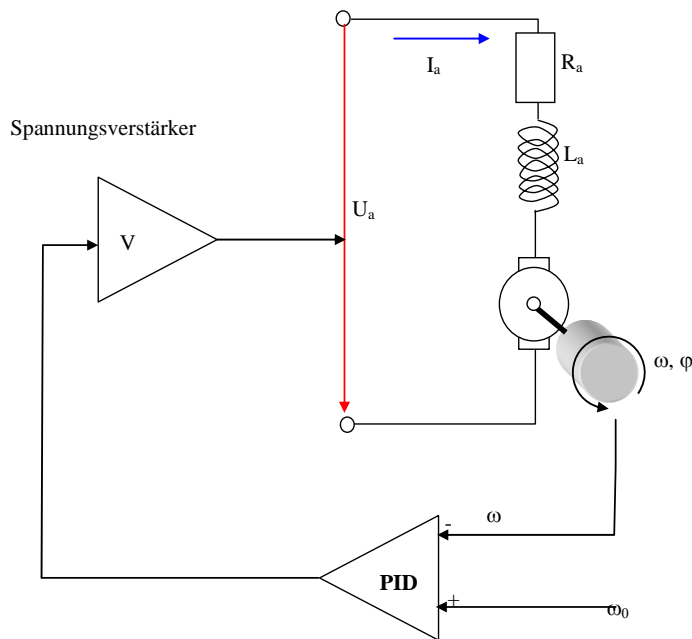


Abbildung 30: Motor Modell mit Regler

Für einen geregelten Antrieb ist noch ein PID Regler hinzuzufügen

$$U_a = K_p \left( (\omega_0 - \omega) + \frac{1}{T_v} \int (\omega_0 - \omega) \cdot dt + T_D \cdot \frac{d(\omega_0 - \omega)}{dt} \right)$$

$\omega_0$  ist die Sollwinkelgeschwindigkeit und  $\omega$  ist die momentane Winkelgeschwindigkeit. Das Gesamtgleichungssystem lautet damit:

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{1}{L_a} (-R_a \cdot I_a - k_m \cdot \omega + U_a)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_{ges}} (-b \cdot \omega + K_m \cdot I_a + M_s)$$

$$U_a = K_p \left( (\omega_0 - \omega) + \frac{1}{T_v} \int (\omega_0 - \omega) \cdot dt + T_D \cdot \frac{d(\omega_0 - \omega)}{dt} \right)$$

# Magnetische Lagerung einer Kugel

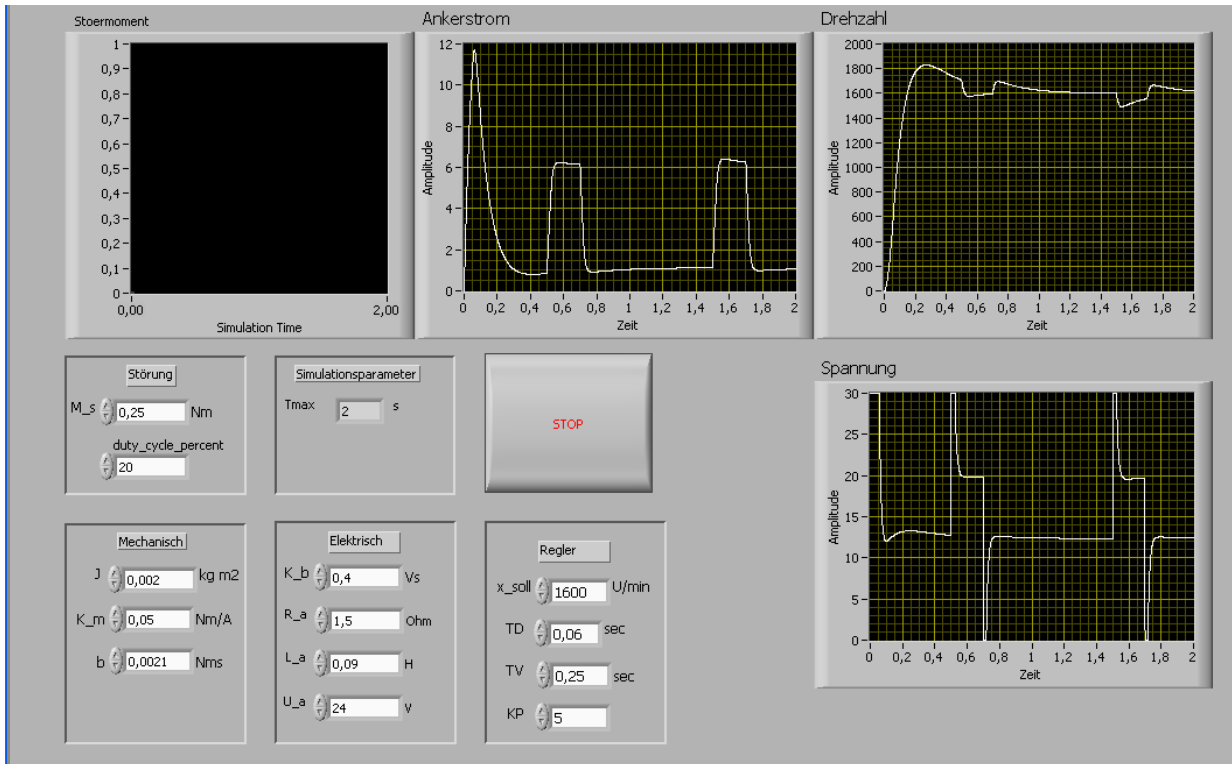


Abbildung 31: Frontpanel zur Simulation eines permanentenerregten Gleichstrommotors mit PID-Regler

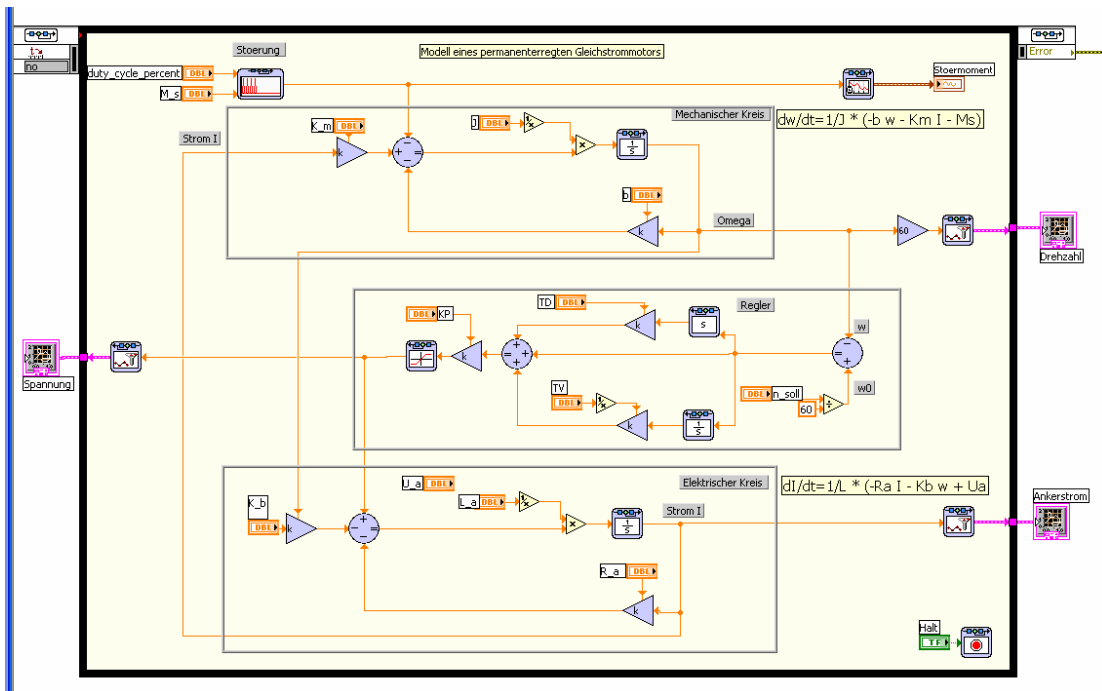


Abbildung 32: Programm zur Simulation eines permanentenerregten Gleichstrommotors mit PID-Regler

## **6.5 Definition Frequenzgang**

In Bearbeitung

## **6.6 Ableitung digitaler Regler aus der analogen Reglerbeschreibung**

In Bearbeitung